中性子星及びブラックホール連星の第一法則と最近接安定軌道の決定

瓜生康史 (UWM), 柴田大 (東大総合), John L. Friedman (UWM)

中性子星やブラックホール連星の軌道は重力波の反作用によりほぼ円軌道に近づきながら徐々に減少し、最終的に宇宙年齢以内に合体する。合体直前から直後の高密度星連星は地上に建設される干渉型重力波検出器 (LIGO/VIRGO/ GEO/TAMA) や共鳴型重力波検出器のもっとも有力な重力波源である。この様な合体直前の連星系は準定常円軌道にあるので、らせん対称性、即ち流体と時空について helical Killing field $k^\alpha = t^\alpha + \Omega\phi^\alpha$ が存在するという仮定が良い近似となる。我々は helical Killing field が存在する一般相対論的な完全流体と時空（ブラックホールも含む）の平衡状態に対する拡張された熱力学の第一法則を導出した。第一法則は、この大域的な helical Killing field に付随した保存量である Noether charge Q の微小変化 δQ が、ラグランジアン（或いはハミルトニアン）から導かれた場の方程式が満たされている下で、流体のエントロピー s、バリオン質量、渦度およびブラックホールの面積 A_i の微小変化により厳密に表されるという形に書かれる。我々が用いた Noether charge Q は Komar charge に似たもので、時空を globally hyperbolic とし、3 次元 hypersurface Σ_t 上の 2 次元面 S 上の積分

$$Q = \oint_S Q^{\alpha\beta} dS_{\alpha\beta}, \quad Q^{\alpha\beta} = -\frac{1}{8\pi}\nabla^\alpha k^\beta + k^\alpha B^\beta - k^\beta B^\alpha,$$

として定義される (Friedman et al., Wald, Iyer)。ここで、全てのブラックホールと中性子星は S の内部に含まれている。B^α は次の式を満たすベクトル場である。

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\delta(B^\alpha\sqrt{-g}) = \Theta^\alpha, \qquad \Theta^\alpha = (\epsilon + p)q^{\alpha\beta}\xi_\beta + \frac{1}{16\pi}(g^{\alpha\gamma}g^{\beta\delta} - g^{\alpha\beta}g^{\gamma\delta})\nabla_\beta\delta g_{\gamma\delta}.$$

第一法則は流体についてはラグランジュ摂動を用いると、

$$\delta Q = \int_\Sigma \left[\rho\frac{T}{u^t}\Delta s u^\alpha dS_\alpha + \left(\frac{h}{u^t} + h u_\beta v^\beta\right)\Delta(\rho u^\alpha dS_\alpha) + v^\beta\Delta(h u_\beta)\rho u^\alpha dS_\alpha\right] + \sum_i \frac{1}{8\pi}\kappa_i\delta A_i$$

となる。連星系の軌道角速度が十分小さい場合のように、漸近的な質量 M と角運動量 J を定義することが出来れば $\delta Q = \delta M - \Omega\delta J$ となることも示せる。

これまでに、近接連星中性子星の準平衡解系列が、(1) Σ_t は共形平坦とする (Isenberg-Wilson-Mathews formalism)、(2) 各中性子星のバリオン質量は変化しない、(3) 流体の流れ場が非回転的即ち、流れ場がポテンシャル流であると仮定する、さらに (4) 中性子星物質の状態は断熱的である仮定しポリトロピック状態方程式を用いた場合について数値的に求められている（Uryū et al., Taniguchi et al.)。(3) と (4) の仮定は、粘性等による角運動量輸送の結果中性子星が同期回転するために必要な時間尺度や加熱などの熱的時間尺度が重力波による進化の時間尺度に比べて十分長いので、現実的な仮定である。(1) の重力場の取り扱いのため、重力波の効果は取り除かれている。また、この近似的な時空では漸近的な質量 M と角運動量 J を定義できる。この結果、この様な解系列では $\delta M = \Omega\delta J$ という関係が厳密に成立する。この関係式は解系列に対し turning point method を数学的に適用するための必要条件である事が知られている。即ち、求めた数値解の J と E について例えば軌道半径 d をパラメーターにして解系列を調べると、同じ　d で $J(d)$ と $E(d)$ 両方に極値が現れ、そこで解の安定性が変化することが数学的に証明されたことになる。実際に (1)-(4) の仮定の下、比較的硬い状態方程式の場合の連星中性子星の解系列には極値が現れる（Uryū et al., Taniguchi et al.)。この軌道は最近接安定軌道 (ISCO) であると考えられる。

Reference

J. F. Friedman, K. Uryū, and M. Shibata, Phys. Rev. D, in press (gr-qc/0108070).

R. M. Wald, Phys. Rev. D. **48**, R3427 (1993).

V. Iyer, Phys. Rev. D. **55**, 3411 (1997).

K. Uryū, M. Shibata and Y. Eriguchi, Phys. Rev. D **62** (2000), 104015.

K. Taniguchi, E. Gourgoulhon and S. Bonazzola, Phys. Rev. D submitted.