インフレーションに伴って生成される大域的磁場による宇宙のバリオン数生成

P20

第19回理論懇シンポジウム「理論天文学の進歩」
2006年12月25日－27日，立教大学池袋キャンパス

"Baryon asymmetry from hypermagnetic helicity in dilaton hypercharge electromagnetism"
Physical Review D 74, 123504 (2006)
[e-print arXiv: hep-ph/0611152]

発表者: 馬場　一晴
京都大学 基礎物理学研究所

インフレーション宇宙において，ハイパーチャージ電磁場がディラトン場と擬スカラー場の双方と結合することにより，ハイパーチャージ電磁場の持つ共形不変性が破られることを考慮して，ハイパー磁場の磁気ヘリシティに起因した宇宙のバリオン非対称の生成を考察する．宇宙論的な電弱相転移が1次相転移であり，かつ生成された地平線スケールの大域的磁場の振幅が充分大きい場合，観測事実と一致する大きさのバリオン非対称が生成可能であることが示される．

I. 序

＜観測＞　宇宙創生期には物質(バリオン)と反物質は同数存在していたと考えられるが，現在の宇宙では大局的に見ても反物質が存在しない．

⟶ 宇宙のバリオン非対称度は現在での光子数に対するバリオン数の比に相当し，その値は観測的に10^{-10}程度と推定されている．

＜宇宙のバリオン非対称の生成に必要な Sakharov の3条件＞ (Sakharov, JETP Lett. 5, 24 [1967])

(1)バリオン数を保存しない反応の存在

(2)粒子・反粒子の相互変換(C)及びCと時間反転(P)の同時変換(CP)に対する対称性の破れ

(3)熱平衡状態からのずれ

⟶ 様々な生成機構が提案がなされているが，未だ定説と呼べるものは存在しない．

＜磁気ヘリシティを持った大域的磁場による宇宙のバリオン数生成＞

・インフレーション宇宙において，何らかの機構により電磁場の持つ共形不変性が破られる場合，電磁場の量子揺らぎを起源として，比較的強い大域的磁場が生成される可能性がある．

これらの磁場は，宇宙論的な電弱相転移より前の時期では，ハイパー磁場として生成され，電弱相転移の後，通常の磁場として振舞う． (Turner & Widrow, PRD 37, 2743 [1988]) (KB & Yokoyama, PRD 69, 043507 [2004])

⟶ このようなハイパー磁場が，磁気ヘリシティと呼ばれる，磁場とベクトルポテンシャルの内積の体積積分に相当する物理量を持って電弱相転移より前の時期に存在していれば，量子異常効果を通じてバリオン数の変化がもたらされる． (Giovannini & Shaposhnikov, PRL 80, 22 [1998]; PRD 57, 2186 [1998])

⟹ Sakharov の条件 (1)，(2) が満たされる．

・ハイパーチャージ電磁場は，強い相互作用におけるCP対称性の破れの問題を解決するために導入されたアクシオン場に代表される，擬スカラー場と相互作用する可能性がある．

⟶ この相互作用に起因して，ハイパーチャージ電磁場の左右の円偏光成分の時間発展が互いに異なるため，系全体のヘリシティが変化する． (Brustein & Oaknin, PRL 82, 2628 [1999]; PRD 60, 023508 [1999]) (Giovannini, PRD 61, 063004 [2000]; PRD 61, 063502 [2000])

本講演では，ハイパーチャージ電磁場が，擬スカラー場と，弦理論に代表される高次元時空理論からその存在が予言されるディラトン場の，双方と相互作用する場合を考察し，インフレーションに伴って生成される大域的磁場の持つ磁気ヘリシティの強度を評価して，最終的に観測されているバリオン非対称が生成される可能性を議論する．

II. モデル

II A. モデル

＜作用積分＞

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\mathcal{L}_{\rm inflaton} + \mathcal{L}_{\rm dilaton} + \mathcal{L}_{\rm ps} + \mathcal{L}_{\rm HEM}\right]$$

(1)インフラトン場 φ　$\mathcal{L}_{\rm inflaton} = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - U[\varphi]$

(2)ディラトン場 Φ　$\mathcal{L}_{\rm dilaton} = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi - V[\Phi]$

(3)擬スカラー場 ϕ　$\mathcal{L}_{\rm ps} = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - W[\phi]$

(4) $U(1)_Y$ゲージ場 Y_μ　$\mathcal{L}_{\rm HEM} = -\frac{1}{4}\underline{f(\Phi)\left(Y_{\mu\nu}Y^{\mu\nu} + g_{\rm ps}\frac{\phi}{M}Y_{\mu\nu}\tilde{Y}^{\mu\nu}\right)}$

共形不変性の破れ

$Y_{\mu\nu} = \nabla_\mu Y_\nu - \nabla_\nu Y_\mu$
：$U(1)_Y$ハイパーチャージ電磁場テンソル

$\tilde{Y}^{\mu\nu} = (1/2)\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}Y_{\rho\sigma}$,　$\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$：Levi-Civita テンソル

$V[\Phi] = \bar{V}\exp\left(-\tilde{\lambda}\kappa\Phi\right)$　$\bar{V}$：定数

$W[\phi] = \frac{1}{2}m^2\phi^2$

$f(\Phi) = \exp\left(-\lambda\kappa\Phi\right)$

$\kappa^2 \equiv 8\pi/{M_{\rm Pl}}^2$,　$M_{\rm Pl}$：Planck mass

$\lambda,\ \tilde{\lambda}(>0)$：無次元定数

m：擬スカラー場 ϕ の質量

$g_{\rm ps} = \bar{g}_{\rm ps}\alpha'/(2\pi)$

$\bar{g}_{\rm ps}$：数値係数

$\alpha' = g'^2/(4\pi)$

g'：$U(1)_Y$ゲージ場の結合定数

II B. 運動方程式

＜空間的に平坦な Friedmann-Robertson-Walker (FRW) 宇宙＞

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t)d\boldsymbol{x}^2 = a^2(\eta)(-d\eta^2 + d\boldsymbol{x}^2)$$

$a(t)$：スケールファクター
η：Conformal time

＜インフレーション期での運動方程式＞

$\dot{} = \partial/\partial t$
H：Hubble パラメタ

・背景の一様スカラー場

(1) $\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{dU[\varphi]}{d\varphi} = 0$，(2) $\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + \frac{dV[\Phi]}{d\Phi} = 0$，(3) $\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dW[\phi]}{d\phi} = 0$

・背景の Friedmann 方程式（インフラトン場 φ による Slow-roll インフレーションを想定する．）

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\kappa^2}{3}\left(\rho_\varphi + \rho_\Phi + \rho_\phi\right),\quad \rho_\varphi = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + U[\varphi],\quad \rho_\Phi = \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 + V[\Phi],\quad \rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + W[\phi]$$

$$\xrightarrow{\rho_\varphi \gg \rho_\Phi,\ \rho_\varphi \gg \rho_\phi} H^2 \approx \frac{\kappa^2}{3}\rho_\varphi \equiv {H_{\rm inf}}^2$$

・$U(1)_Y$ゲージ場　Coulomb ゲージ: $Y_0(t,\boldsymbol{x}) = 0$，$\partial_j Y^j(t,\boldsymbol{x}) = 0$ を用いると，

$$\longrightarrow (4)\ \ddot{Y}_i(t,\boldsymbol{x}) + \left(H + \frac{\dot{f}}{f}\right)\dot{Y}_i(t,\boldsymbol{x}) - \frac{1}{a^2}\partial_j\partial_j Y_i(t,\boldsymbol{x}) - \frac{g_{\rm ps}}{M}\frac{1}{af}\frac{d(f\phi)}{dt}\epsilon^{ijk}\partial_j Y_k(t,\boldsymbol{x}) = 0$$

・スケールファクター　$a(t) = a_1\exp\left[H_{\rm inf}(t - t_1)\right]$

t_1：ある共同座標系での波長 $2\pi/k$ の揺らぎが地平線を横切る時刻
$k/(a_1 H_{\rm inf}) = 1$

・ディラトン場 Φ の解　Slow-roll 近似が成り立つ場合($\left|\frac{\ddot{\Phi}}{H_{\rm inf}\dot{\Phi}}\right| \ll 1$)，

$$3H_{\rm inf}\dot{\Phi} + \frac{dV[\Phi]}{d\Phi} = 0 \longrightarrow \Phi = \frac{1}{\tilde{\lambda}\kappa}\ln\left[\tilde{\lambda}^2 wH_{\rm inf}(t - t_{\rm R}) + \exp\left(\tilde{\lambda}\kappa\Phi_{\rm R}\right)\right],\quad w \equiv \frac{\bar{V}}{3H_{\rm inf}^2/\kappa^2} \approx \frac{\bar{V}}{\rho_\varphi}$$

$t_{\rm R}$：インフレーション終了時刻

インフレーション終了時，$\Phi = \Phi_{\rm R} = 0$ 付近でディラトンポテンシャルが最小値を持つ形に変化し，Φ がこの最小値付近で振動の後，崩壊する場合を考える．

⟶ $t_{\rm R}$以降，$f = 1$となり，通常の Maxwell 理論が回復される．

・擬スカラー場 ϕ の解

$$\phi = \phi_1\exp\left\{\frac{3}{2}\left[-1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2m}{3H_{\rm inf}}\right)^2}\right]H_{\rm inf}(t - t_1)\right\}$$

$$m \gg H_{\rm inf}\ \text{の場合} \longrightarrow \phi \approx \phi_1\exp\left[-\frac{3}{2}H_{\rm inf}(t - t_1)\right]\sin\left[m(t - t_1) + \frac{\pi}{2}\right]$$

III. 宇宙のバリオン非対称の生成

III A. $U(1)_Y$ゲージ場の発展

＜$Y_\mu(t,\boldsymbol{x})$の量子化＞

・共役運動量　$\pi_0 = 0,\quad \pi_i = f(\Phi)a(t)\dot{Y}_i(t,\boldsymbol{x})$

・正準交換関係　$\left[Y_i(t,\boldsymbol{x}), \pi_j(t,\boldsymbol{y})\right] = i\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}e^{i\boldsymbol{k}\cdot(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})}\left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}\right)$

＜平面波展開＞　$Y_i(t,\boldsymbol{x}) = \int\frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}}\left[\hat{b}(\boldsymbol{k})Y_i(t,\boldsymbol{k})e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}} + \hat{b}^\dagger(\boldsymbol{k})Y_i^*(t,\boldsymbol{k})e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}}\right]$

$$\left[\hat{b}(\boldsymbol{k}), \hat{b}^\dagger(\boldsymbol{k}')\right] = \delta^3(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}'),\quad \left[\hat{b}(\boldsymbol{k}), \hat{b}(\boldsymbol{k}')\right] = \left[\hat{b}^\dagger(\boldsymbol{k}), \hat{b}^\dagger(\boldsymbol{k}')\right] = 0$$

$\boldsymbol{k}$：共同座標系での波数ベクトル
$k = |\boldsymbol{k}|$
$\hat{b}(\boldsymbol{k})$：消滅演算子
$\hat{b}^\dagger(\boldsymbol{k})$：生成演算子

・規格化条件　$Y_i(k,t)\dot{Y}_j^*(k,t) - \dot{Y}_j(k,t)Y_i^*(k,t) = \frac{i}{fa}\left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}\right)$

・x^3 軸を k の方向に選び，円偏光成分を考えるため，$Y_\pm(k,t) \equiv Y_1(k,t) \pm iY_2(k,t)$と定義する．

＜$Y_\pm(k,t)$ の満たす方程式＞

$$\longrightarrow \ddot{Y}_\pm(k,t) + \left(H_{\rm inf} + \frac{\dot{f}}{f}\right)\dot{Y}_\pm(k,t) + \left[\left(\frac{k}{a}\right)^2 \pm \frac{g_{\rm ps}}{M}\left(\frac{\dot{f}}{f}\phi + \dot{\phi}\right)\left(\frac{k}{a}\right)\right]Y_\pm(k,t) = 0$$

この方程式は解析的に解けないため，数値的に評価する．インフレーション中 $(t_1 \le t \le t_{\rm R})$での$Y_\pm(k,t)$の振幅を$Y_\pm(k,t) = C_\pm(t)Y_\pm(k,t_1)$とし，数値的に$C_\pm(t)$の発展を解く．($C_\pm(t_1) = 1$とする．)

また，短波長極限 $k \to \infty$ での上記の方程式の近似解より，$|Y_\pm(k,t_1)| \approx \frac{1}{\sqrt{2kf(t_1)}}$．

図1　$m < H_{\rm inf}$

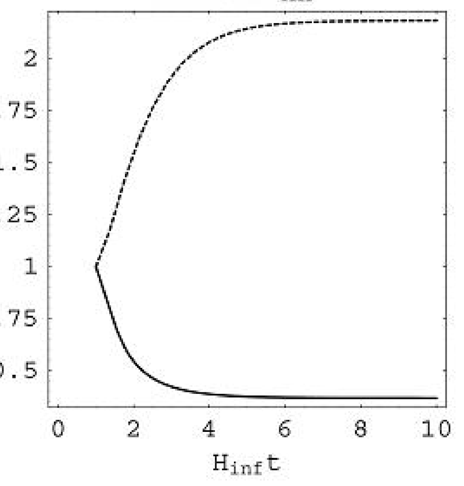
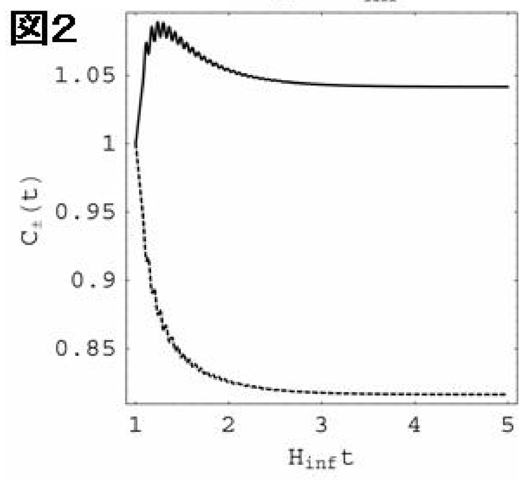


図2　$m \gg H_{\rm inf}$



⟵ $C_\pm(t)$ の時間発展の数値的評価．図1，2は，それぞれ下の表1の(ii)，(iii)の場合を表す．実線は$C_+(t)$，破線は$C_-(t)$を表す．ϕ の解に関しては，正符号の解を用いた．

結果として，インフレーションが開始して数 Hubble 膨張時間たつと，$C_\pm(t)$ は，$m < H_{\rm inf}$，$m \gg H_{\rm inf}$ のいずれの場合においても，ほぼ一定になる．

III B. 宇宙のバリオン非対称

＜固有ハイパー電場・磁場＞　$E_{Y_i}(t,\boldsymbol{x}), B_{Y_i}(t,\boldsymbol{x})$：共同座標系でのハイパー電場・磁場　($\epsilon_{123} = 1$)

$$E_{Y_i}^{\rm proper}(t,\boldsymbol{x}) = a^{-1}E_{Y_i}(t,\boldsymbol{x}) = -a^{-1}\dot{Y}_i(t,\boldsymbol{x}),\quad B_{Y_i}^{\rm proper}(t,\boldsymbol{x}) = a^{-1}B_{Y_i}(t,\boldsymbol{x}) = a^{-2}\epsilon_{ijk}\partial_j Y_k(t,\boldsymbol{x})$$

＜バリオン数密度 $n_{\rm B}$＞

$$n_{\rm B} = -\frac{n_{\rm f}}{2}\Delta n_{\rm CS},\quad \Delta n_{\rm CS} = -\frac{g'^2}{4\pi^2}\int^t \boldsymbol{E}_Y\cdot\boldsymbol{B}_Y d\tilde{t}$$

$\Delta n_{\rm CS}$：Chern-Simons 数密度 (Chern-Simons 数は，磁気ヘリシティに相当する物理量)

$n_{\rm f}$：フェルミオンの世代数(本研究では，$n_{\rm f} = 3$とする．)

・Fourier mode の満たす関係式　$E_{Y_\pm}^{\rm proper}(k,t) = E_{Y_1}^{\rm proper}(k,t) \pm iE_{Y_2}^{\rm proper}(k,t)$，$B_{Y_\pm}^{\rm proper}(k,t) = B_{Y_1}^{\rm proper}(k,t) \pm iB_{Y_2}^{\rm proper}(k,t)$

$$\longrightarrow E_{Y_\pm}^{\rm proper}(k,t)B_{Y_\pm}^{\rm proper}(k,t) = \pm\frac{1}{2}\frac{1}{k}\frac{\partial\left[B_{Y_\pm}^{\rm proper}(k,t)\right]^2}{\partial t}$$

＜実空間での固有ハイパーチャージ磁場のエネルギー密度＞　$L = 2\pi/k$：共同座標系でのスケール

$$\rho_{B_Y}(L,t) = \frac{k^3}{4\pi^2}\left[\left|B_{Y_+}^{\rm proper}(k,t)\right|^2 + \left|B_{Y_-}^{\rm proper}(k,t)\right|^2\right]f,\qquad \left|B_{Y_\pm}^{\rm proper}(k,t)\right|^2 = \frac{1}{a^2}\left(\frac{k}{a}\right)^2\left|Y_\pm(k,t)\right|^2$$

＜インフレーション期における Chern-Simons 数密度＞

$$\Delta n_{\rm CS} = -\frac{g'^2}{4\pi^2}\frac{1}{k}\frac{1}{f}\rho_{B_Y}(L,t)\mathcal{A}(t),\qquad \mathcal{A}(t) = \frac{|C_+(t)|^2 - |C_-(t)|^2}{|C_+(t)|^2 + |C_-(t)|^2}$$

・インフレーション終了後($t = t_{\rm R}$)，電弱相転移(電弱相転移時の温度: $T_{\rm EW} \sim 100{\rm GeV}$)より充分前の時期に，瞬間的に再加熱過程が起こる場合を考察する．

・インフレーション期での宇宙の電気伝導率 σ_c は充分小さいが，再加熱過程以降，荷電粒子が生成され，電気伝導率は充分大きな値となる($\sigma_c \gg H\ (t \ge t_{\rm R})$)．この場合，再加熱過程以降，固有ハイパー磁場は$a^{-2}(t)$に比例して進化し，また，磁気ヘリシティ(Chern-Simons 数)は保存される．

・電弱相転移時に，量子異常効果(Abelian anomaly)を通じて，Chern-Simons 数がフェルミオンに解放される．また，ハイパー磁場は，電弱相転移の後，通常の磁場として振舞う．電弱相転移が1次相転移の場合，Sakharov の条件(3)が満たされ，スファレロン過程と呼ばれる量子トンネル効果に相当するバリオン数を消し去る過程が効かず，生成されたバリオン数はその後も存在し得る．標準モデルを拡張した理論モデルでは，電弱相転移は1次相転移である可能性がある． (Funakubo et al., Prog. Theor. Phys. 114, 369 [2005])

＜電弱相転移後のエントロピー密度に対するバリオン数密度の比＞

$$\frac{n_{\rm B}}{s} = n_{\rm f}\frac{g'^2}{8\pi^2}\frac{1}{k}\frac{\rho_B(L,t)}{s}\mathcal{A}(t_{\rm R}),\quad \rho_B(L,t) = \frac{1}{8\pi^2}\frac{1}{f(t_1)}\left(\frac{k}{a}\right)^4\left[|C_+(t_{\rm R})|^2 + |C_-(t_{\rm R})|^2\right],$$

$f(t_1) = \left(1 - \tilde{\lambda}^2 wN\right)^{-X}$

$N = H_{\rm inf}(t_{\rm R} - t_1)$,　$X \equiv \frac{\lambda}{\tilde{\lambda}}$

s：エントロピー密度

表1 ($w = 1/(75)$，$g_{\rm ps} = 1.0$，$\tilde{\lambda} = 1.0$，H_0：現在t_0での Hubble 定数)

	$\lvert n_{\rm B}/s\rvert$	$B(H_0^{-1}, t_0)$ [G]	$H_{\rm inf}$ [GeV]	m [GeV]	$C_+(t_{\rm R})$	$C_-(t_{\rm R})$	X
(i)	3.6×10^{-10}	2.7×10^{-24}	1.0×10^{14}	1.0×10^{12}	0.367	2.23	-1.11×10^2
(ii)	1.0×10^{-10}	1.4×10^{-24}	1.0×10^{10}	1.0×10^{9}	0.369	2.18	-1.33×10^2
(iii)	1.5×10^{-10}	3.5×10^{-24}	1.0×10^{10}	1.0×10^{12}	1.04	0.816	-1.35×10^2

地平線スケールの磁場の現在での強度

WMAP衛星による宇宙背景輻射の観測からのバリオン非対称の値($n_{\rm B}/s = 0.92\times10^{-10}$)とほぼ一致する．

(Spergel et al., Astrophys. J. Suppl. Ser. 148, 175 [2003])

IV. 結語

ハイパーチャージ電磁場がディラトン場と擬スカラー場の双方と結合する場合を想定し，ハイパー磁場の磁気ヘリシティに起因した宇宙のバリオン非対称の生成を考察した．結果として，宇宙論的な電弱相転移が1次相転移であり，かつ生成された地平線スケールの大域的磁場の振幅が充分大きい場合，WMAPの観測事実と一致する大きさのバリオン非対称が生成可能であることが明らかになった．