

# 加速宇宙における密度分布の非ガウス性

立川崇之 (工学院大CPDセンター)

水野俊太郎 (東大RESCEU)

E-mail: [tatekawa@cpd.kogakuin.ac.jp](mailto:tatekawa@cpd.kogakuin.ac.jp)

Ref: Tatekawa and Mizuno, astro-ph/0608691

# 1. Introduction

- ◆ 最近の SNIa, CMBR などの観測を組み合わせると,  
宇宙膨張は加速している事が示唆される.  
→ **ダークエネルギーの存在を示唆**
- ◆ ダークエネルギーの状態方程式  
 $p = w \rho$  ( $-1 \leq w < -0.78$ , 95% WL) (WMAP 1st-year result)
- ◆  $w$  の値により制限を与えるため, 独立な方法を考える.
- ◆ **そこで我々は大規模構造の統計量に着目する.**
- ◆ **我々は密度分布関数の非ガウス性が  $w$  にどのように依存するかを解析する.**

## 2. Effect of dark energy

- ◆ CDM とダークエネルギーを考える.

$$\rho_{\text{tot}} = \rho_m + \rho_{\text{DE}}$$

- ◆ ダークエネルギーは物質と、重力でのみ相互作用をなす。  
(物質とダークエネルギーのエネルギー保存は独立に成立)
- ◆ ダークエネルギーの状態方程式に含まれる  $w$  は一定とする.
- ◆ 宇宙は平坦とする.

この結果, 背景の Friedmann 方程式は次のようになる.

$$H^2 = H_0^2 \left[ \Omega_{m0} a^{-3} + \Omega_{DE0} a^{-3(w+1)} \right]$$

## Effect of dark energy (cont.)

- 物質とダークエネルギーの密度パラメーターを以下のように定義.

$$\Omega_{(m, DE)} \equiv \frac{8\pi G}{3H^2} \rho_{(m, DE)}$$

ここでまず、構造形成の線形摂動論での取り扱いを簡単に示す.

共動座標での Poisson 方程式：

$$\nabla^2 \Phi = \frac{3}{2} \Omega_m H^2 a^2 \delta_m$$

物質の密度ゆらぎの線形発展方程式は以下のようなになる.

$$\ddot{\delta}_m + 2H\dot{\delta}_m - \frac{3}{2}H^2\Omega_m\delta_m = 0.$$

### 3. Non-Gaussianity of density distribution

- ◆ 密度ゆらぎの一点分布関数  $P(\delta)$  を扱う.

もし  $\delta$  がガウス分布に従えば、密度ゆらぎの分布関数は以下の形になる.

$$P(\delta) = \frac{1}{(2\pi\sigma)^{1/2}} e^{-\delta^2/2\sigma^2}$$

$$\sigma^2 \equiv \langle (\delta - \langle \delta \rangle)^2 \rangle \quad : \text{dispersion}$$

インフレーションモデルの予言から、初期には  $\delta$  はガウス分布であるとして、しばしば扱われる.

もし非線形項を考えると、分布関数は初期のガウス分布からずれていく.



## Non-Gaussianity of density distribution(cont.)

- もし分布関数がガウス分布からずれたら，密度揺らぎの一点分布関数の，三次以上のキュムラントはゼロでなくなる。

我々は自己重力によるガウス分布の初期条件からの構造形成を考え，以下のような高次の統計量を導入する。

$$\text{skewness} \quad : \quad \gamma = \frac{\langle \delta^3 \rangle_c}{\sigma^4}, \quad \langle \delta^3 \rangle_c \equiv \langle \delta^3 \rangle,$$

$$\text{kurtosis} \quad : \quad \eta = \frac{\langle \delta^4 \rangle_c}{\sigma^6}, \quad \langle \delta^4 \rangle_c \equiv \langle \delta^4 \rangle - 3\sigma^4.$$

もし Einstein-de Sitter Universe モデルを考えると，Euler 的な二次の摂動を用いて，以下の関係が示される。

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{34}{7} + \mathcal{O}(\sigma^2), \\ \eta &= \frac{60712}{1323} + \mathcal{O}(\sigma^2). \end{aligned}$$

## 4. N-body simulations

- ◆ 初期条件： ガウス分布 (COSMICSで作成)  
(Ma and Bertschinger (1995))
- ◆ 時間発展： P3M code (Bertschinger によりオリジナルは作成)  
我々はこのコードを一般のダークエネルギーモデル用に改良.

Cosmological parameters  
(WMAP 1st-year)

$$\Omega_m = 0.27,$$

$$\Omega_{DE} = 0.73,$$

$$H_0 = 71 \text{ [km/s/Mpc]},$$

$$\sigma_8 = 0.84.$$

Parameters for simulation

$$\text{\#particles} : N = 128^3,$$

$$\text{Box size} : L = 128h^{-1}\text{Mpc (at } a = 1)$$

$$\text{Softening length} :$$

$$\varepsilon = 50h^{-1}\text{kpc (at } a = 1).$$

$w = -0.5, -0.8, -0.9, -1.0, -1.2$  に対し, 初期条件を10通り選んだ.

初期スペクトルの振幅は, 宇宙の晴れ上がり時にすべての  $w$  について同じものに揃えた.

# Smoothing method

- 密度ゆらぎの発散を防ぐため、密度場を適度なスケール  $R$  で点  $\mathbf{x}$  において均す。

$$\rho(\mathbf{x}; R) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \tilde{W}(kR) \tilde{\rho}(\mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}},$$

$$\tilde{W} = \frac{3(\sin x - x \cos x)}{x^3} : \text{Window function}$$

Einstein-de Sitter Universe では,

弱い非線形領域での非ガウス性が次のように与えられている。

$$\gamma = \frac{34}{7} + \frac{d \log \sigma^2(R)}{d \log R} + \mathcal{O}(\sigma^2),$$

$$\eta = \frac{60712}{1323} + \frac{62}{3} \frac{d \log[\sigma^2(R)]}{d \log R} + \frac{7}{3} \left( \frac{d \log[\sigma^2(R)]}{d \log R} \right)^2 + \frac{2}{3} \frac{d^2 \log[\sigma^2(R)]}{d(\log R)^2} + \mathcal{O}(\sigma^2).$$



## 5. Numerical Result

- ◆ Smoothing length:  $R = 2, 8$  [Mpc/h].
- ◆ 以前の論文 (Tatekawa & Mizuno 2006.2) で, 我々は Lagrange 的線形摂動論 (Zel'dovich 近似) を用いた.
- ◆ 我々は 7 通りの時刻 ( $z=5, 4, 3, 2, 1, 0.5, 0$ ) で解析を行った.
- ◆ 摂動論では準非線形段階までしかよく記述できないので, 我々はいくぶん大きい smoothing length ( $R=8$  [Mpc/h]) を取った.
- ◆ まず, Zel'dovich 近似と N 体シミュレーションで非ガウス性を比較する.
- ◆ 次に N 体シミュレーション ( $R=8$  [Mpc/h]) で非ガウス性の  $w$  依存性を解析.
- ◆ 最後に, 小さいスケール ( $R=2$  [Mpc/h]) で非ガウス性の  $w$  依存性を解析.

# N-body simulation vs Lagrangian approximation

N体シミュレーションと Lagrange 的摂動論での  
発展を比較する.

## 両者の違い

$w=-1$ ,  $R=8$  [Mpc/h]:

dispersion:  $<1\%$  ( $z=5$ ),  $5\%$  ( $z=2$ )

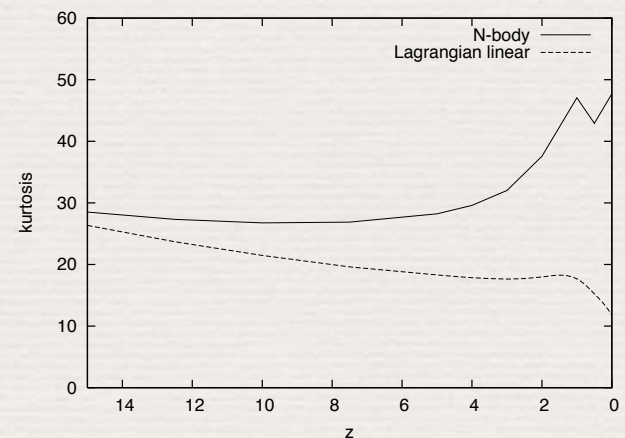
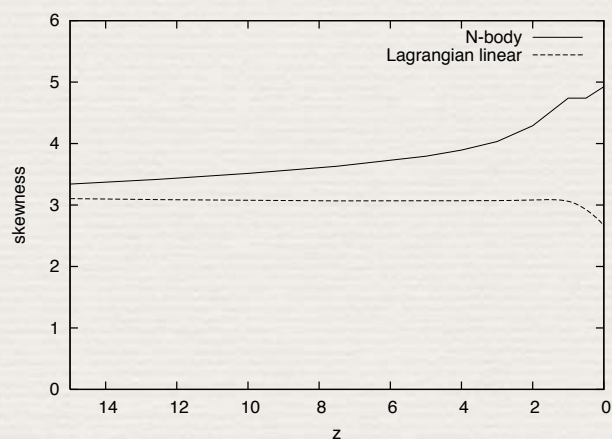
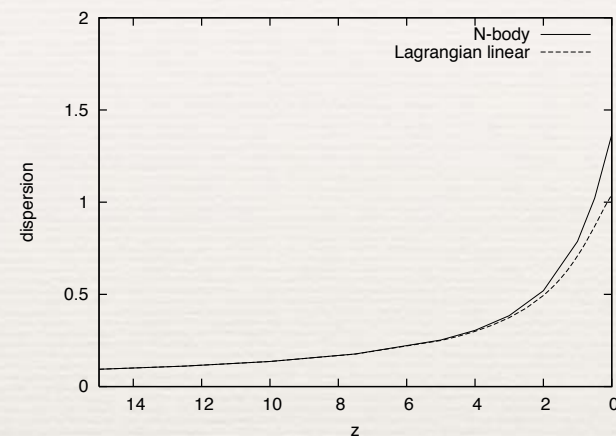
skewness:  $\sim 30\%$  ( $z=2$ )

kurtosis:  $\sim 50\%$  ( $z=2$ )

しかし、結論は前の論文とそれほど変わらない.

$w=-1$  と  $w=-1.2$  での分散の違いは  $z=2$  で

およそ1%である.



# N-body simulation ( $R=8$ [Mpc/h])

図：

様々なダークエネルギーモデルにおける  
密度ゆらぎの分散の時間発展.

分散の成長は  $z=0$  まで単調に続く.

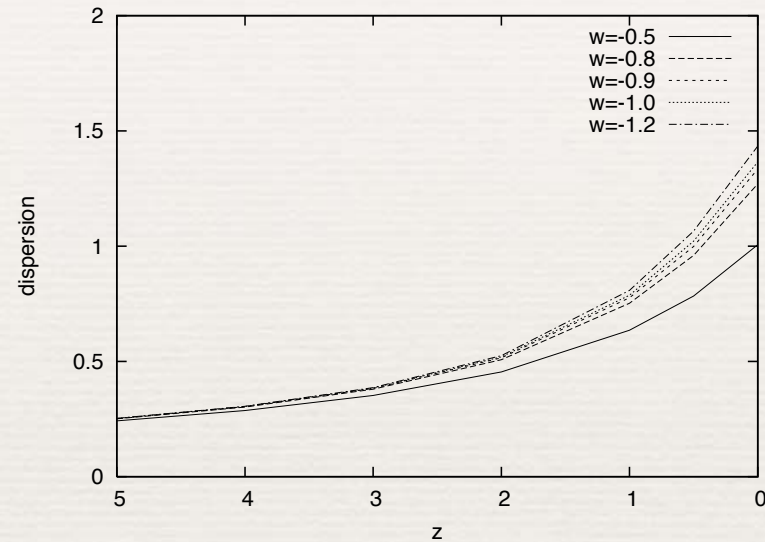
$w$  の値が 0 に近づくと、分散の値は  
小さくなる.

モデル間の違い：

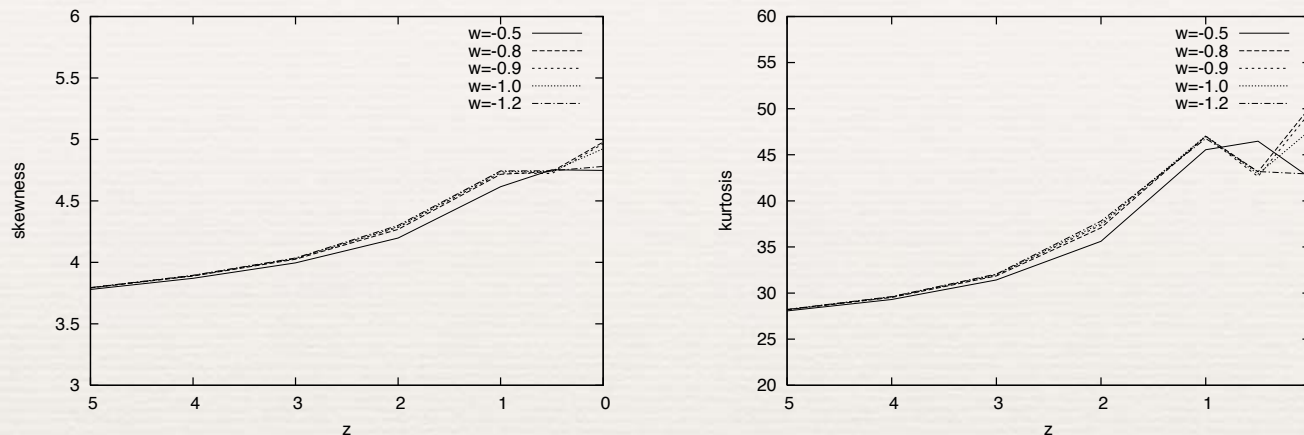
$w=-1$  vs  $w=-0.8$ : 2.3% ( $z=2$ ), 4.4% ( $z=0$ )

$w=-1$  vs  $w=-1.2$ : 1.1% ( $z=2$ ), 5.0% ( $z=0$ )

$w=-1$  vs  $w=-0.5$ : 13% ( $z=2$ ), 26% ( $z=0$ )



# N-body simulation ( $R=8$ [Mpc/h]) (cont.)



図：

密度ゆらぎの分布関数の skewness と kurtosis の時間発展

分散とは異なり， $z=1$  以降の発展は振動する。

モデル間の違い ( $w=-1$  vs  $w=-0.8$ ):

skewness: 0.5% ( $z=2$ ), 1.1% ( $z=0$ ); kurtosis: 1.3% ( $z=2$ ), 5.3% ( $z=0$ )

モデル間の違い ( $w=-1$  vs  $w=-1.2$ ):

skewness: 0.2% ( $z=2$ ), 2.9% ( $z=0$ ); kurtosis: 0.7% ( $z=2$ ), 10.0% ( $z=0$ )

モデル間の違い ( $w=-1$  vs  $w=-0.5$ ):

skewness: 2.2% ( $z=2$ ), 3.6% ( $z=0$ ); kurtosis: 5.2% ( $z=2$ ), 10.9% ( $z=0$ )

# N-body simulation ( $R=2$ [Mpc/h])

N体シミュレーションを用いているので、  
小スケールの構造も解析可能。

図：  
様々なダークエネルギーモデルに  
おける密度ゆらぎの分散の時間発展。

分散の成長は  $z=0$  まで単調に続く。

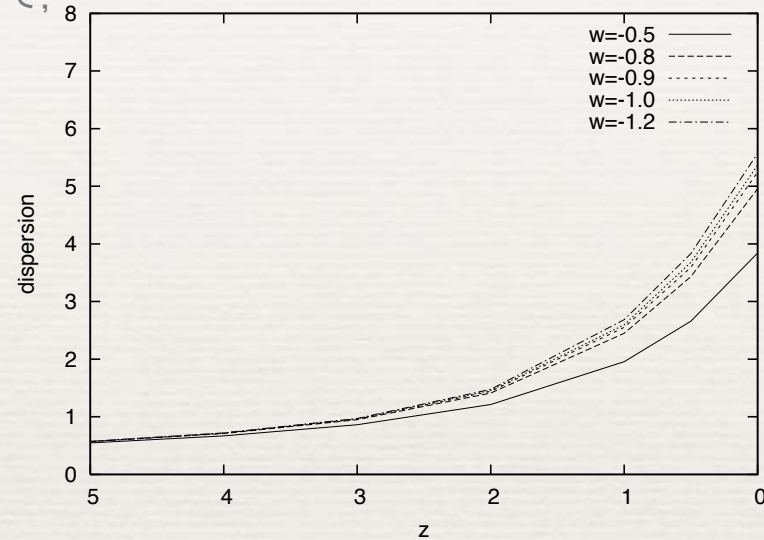
$w$  の値が 0 に近づくと、分散の値は  
小さくなる。

モデル間の違い：

$w=-1$  vs  $w=-0.8$ : 3.1% ( $z=2$ ), 7.6% ( $z=0$ )

$w=-1$  vs  $w=-1.2$ : 1.5% ( $z=2$ ), 3.8% ( $z=0$ )

$w=-1$  vs  $w=-0.5$ : 17% ( $z=2$ ), 28% ( $z=0$ )





# N-body simulation ( $R=2$ [Mpc/h]) (cont.)

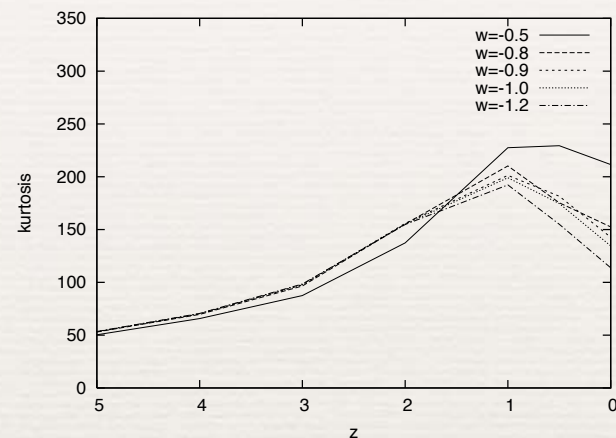
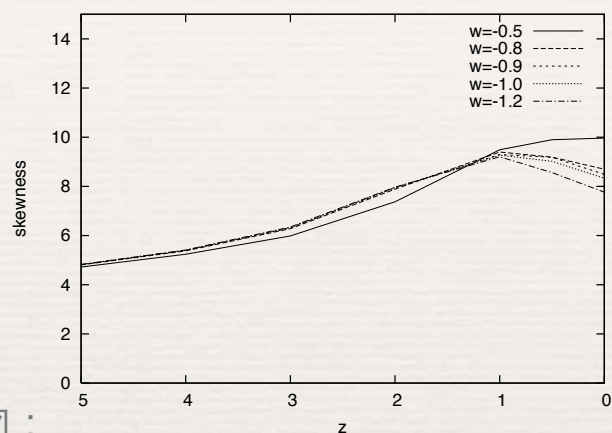


図 :

密度ゆらぎの分布関数の skewness と kurtosis の時間発展

分散とは異なり,  $z=1$  以降の発展は振動する.

モデル間の違い ( $w=-1$  vs  $w=-0.8$ ):

skewness: 0.8% ( $z=2$ ), 4.4% ( $z=0$ ); kurtosis: 0.8% ( $z=2$ ), 13% ( $z=0$ )

モデル間の違い ( $w=-1$  vs  $w=-1.2$ ):

skewness: 0.3% ( $z=2$ ), 6.8% ( $z=0$ ); kurtosis: 0.2% ( $z=2$ ), 15% ( $z=0$ )

モデル間の違い ( $w=-1$  vs  $w=-0.5$ ):

skewness: 7.2% ( $z=2$ ), 20% ( $z=0$ ); kurtosis: 11% ( $z=2$ ), 57% ( $z=0$ )

## 6. Summary

- ◆ 我々は構造形成における非線形成長による、密度分布の非ガウス性に着目.
- ◆ まず N 体シミュレーションと Lagrange 的線形摂動論で、 $z=2$  での準非線形段階の結果を比較した.  
この段階では、 $w$  が 0 に近づくと非ガウス性は小さくなった.
- ◆ 次いで、N 体シミュレーションを用いて強い非線形段階を解析した.  
 $z$  を固定した場合、 $z=0.5$  以降は  $w$  が 0 に近づくと、非ガウス性が却って大きくなった.

現在我々は、WMAP 3rd-year result を用いたシミュレーションを実行中である。そして非ガウス性の成長、サンプル間の統計量の分布などについて解析を行う予定である。

## References

- ♦ S. Perlmutter et al. *ApJ*. **517**, 565 (1999).
- ♦ D.N. Spergel et al., *ApJ. Supp.* **148**, 175 (2003).
- ♦ L. Kofman et al., *ApJ*. **420**, 44 (1994).
- ♦ E. Bertschinger and J.M. Gelb, *Computers in Physics* Mar/  
Apr, 164 (1991).
- ♦ C.P. Ma and E. Bertschinger, *ApJ*. **455**, 7 (1995).
- ♦ Ya.B. Zel'dovich, *A&A* **5**, 84 (1970).
- ♦ T. Tatekawa, *Recent Res. Devel. Astrophys.* **2**, 1 (2005).
- ♦ T. Tatekawa and S. Mizuno, *JCAP* **02**, 006 (2006).
- ♦ T. Tatekawa and S. Mizuno, [astro-ph/0608691](#).