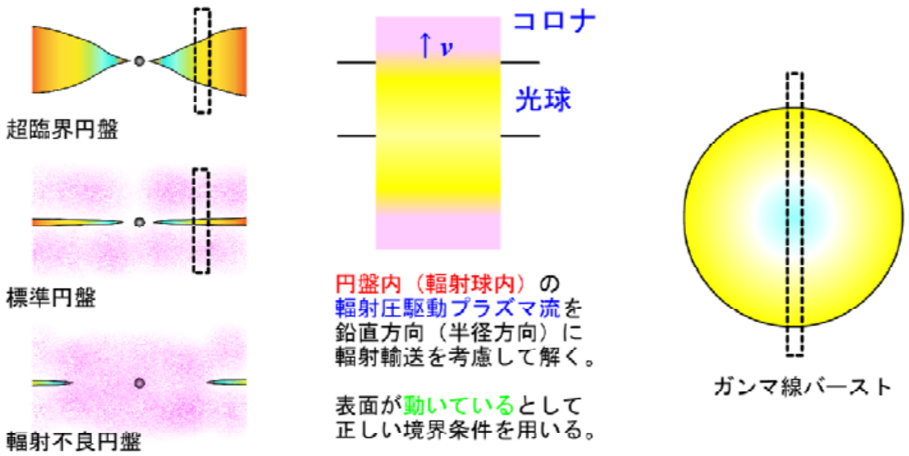
相対論的輻射流体力学における *速度に依存する*変動エディントン因子

Velocity-Dependent Eddington Factor in Relativistic Photohydrodynamics

福江　純＠大阪教育大学

1　動機*Motivation*

従来の定式化の下で相対論的輻射流を調べたところ $v=c/\sqrt{3}$で方程式に特異性が出現した（Fukue 2005b）



$$cJ\frac{du}{d\tau} = -\frac{\gamma}{c}\frac{F(1+4u^2)-4cP\gamma u}{1-2u^2},$$

or

$$c^2 J\gamma^2\frac{d\beta}{d\tau} = -\frac{F(1+3\beta^2)-4cP\beta}{1-3\beta^2},$$

平行平板（１次元定常輻射流）

τ は表面からの光学的厚み

$u=\gamma\ \beta=\gamma\ v/c$：流れの4元速度、 $\beta=v/c$

F：静止系での輻射流束

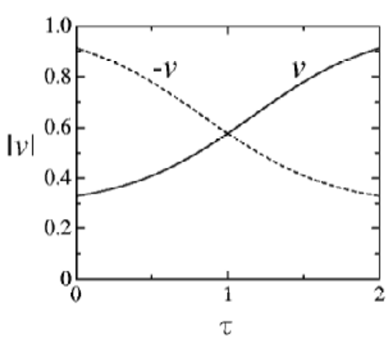
P：静止系での輻射ストレス

J：質量流束

←$u^2=1/2$ or $\beta^2=1/3$で分母＝0となる

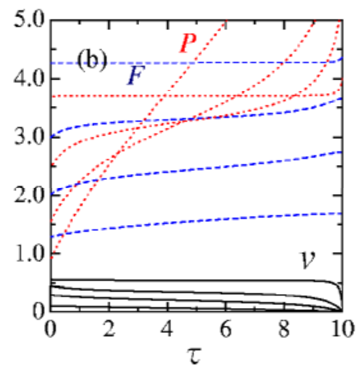
従来の定式化の下では

❁特異性を通過する遷音速解はあるが、輻射抵抗で減速する解で境界条件も満たさず、不適



横軸：光学的厚み τ 、縦軸：速度v/c

❁加速する解で、かつ表面境界条件を満たすのは、特異性を通過しない亜音速解だけだった



速度はせいぜい $v < c/\sqrt{3}$

光速まで加速できない！！

２　物理*Physics*

問題は･･･拡散近似の妥当性

特異性の原因を辿ると拡散近似に行き着く。従来の定式化では、

$P_0 = f E_0 : f = 1/3$

P_0 ：流体共動系での輻射ストレス（テンソル）
E_0 ：流体共動系での輻射エネルギー密度

と置くが、この近似は強い速度勾配がある相対論的領域で成り立つのか？　…ＮＯ！

変動エディントン因子

❁光学的に厚い－薄いを遷移する輻射流（球対称）
Tamazawa et al. 1975
τ 大：diffusion limit→ f ～1/3
（光子の平均自由行程が短く、光子拡散が等方）
τ 小：streaming limit→ f ～1
（光子の平均自由行程が長くなり、光子拡散が非等方になる）

…よく使われる式が→

$$f(\tau) = \frac{1+\tau}{1+3\tau}$$

❁低速（静止）－亜光速へ加速される輻射流
Fukue 2006b
β 小：diffusion limit→ f ～1/3
（光子の平均自由行程が短く、光子拡散が等方）
β 大：relativistic limit→ f ～1
（加速が光速のオーダーになり、平均自由行程が伸びて、光子拡散が非等方になる）

…たとえば→

$$f(\beta) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\beta.$$

３　修正*New Formalism*

f（β）を用いた新しい定式化

平行平板１次元定常流
［特殊相対論の枠内］
1）質量流束の保存
2）運動方程式
3）エネルギー（輻射平衡）
4）０次のモーメント
5）１次のモーメント
6）速度に依存するエディントン近似↓
流体共動系（上）と静止系（下）での表現

$$P_0 = f(\beta) E_0$$

$$cP\left(1+u^2-fu^2\right) = cE\left(f\gamma^2-u^2\right) + 2F\gamma u(1-f).$$

$$\rho c u = J \ (=\mathrm{const.}),$$

$$c^2 u \frac{du}{dz} = \frac{\kappa_{\rm abs}+\kappa_{\rm sca}}{c}\left[F\gamma(1+2u^2) - c(E+P)\gamma^2 u\right],$$

$$0 = j - c\kappa_{\rm abs}E\gamma^2 - c\kappa_{\rm abs}Pu^2 + 2\kappa_{\rm abs}F\gamma u,$$

$$\frac{dF}{dz} = \rho\gamma\left[j - c\kappa_{\rm abs}E + c\kappa_{\rm sca}(E+P)u^2 + c\kappa_{\rm abs}Fu/\gamma - \kappa_{\rm sca}F(1+v^2/c^2)\gamma u\right].$$

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\rho\gamma}{c}\left[ju/\gamma - \kappa_{\rm abs}F + c\kappa_{\rm abs}Pu/\gamma - \kappa_{\rm sca}F(1+2u^2) + c\kappa_{\rm sca}(E+P)\gamma u\right].$$

光学的深さ τ を導入
7）光学的深さ
8）運動量流束の保存
9）エネルギー流束の保存
10）運動方程式

$$d\tau = -(\kappa_{\rm abs}+\kappa_{\rm sca})\rho dz,$$

$$cJu + P = K \ (=\mathrm{const.}).$$

$$c^2 J\gamma + F = L \ (=\mathrm{const.}).$$

$$cJ\frac{du}{d\tau} = -\frac{\gamma}{c}\frac{F(f\gamma^2+u^2) - cP(1+f)\gamma u}{f\gamma^2-u^2},$$

or equivalently,

$$c^2 J\gamma^2\frac{d\beta}{d\tau} = -\frac{F(f+\beta^2) - cP(1+f)\beta}{f-\beta^2},$$

$u = \gamma\beta$ ：流れの4元速度、 $\beta = v/c$
F：静止系での輻射流束
P：静止系での輻射ストレス
J：質量流束

速度依存変動エディントン因子$f(\beta)$の条件

❁$f(0)=1/3$ 、$f(1)=1$
❁ $\beta=0$から1の範囲で単調増加
❁分母の$f(\beta)-\beta^2>0$　　（特異点は$\beta=1$ のみ）
❁特異点で$du/d\tau\,|c<0$　　（加速解が特異点までつながる）

…もっとも単純な形が→

$$f(\beta)=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\beta.$$

4　結果*Results*

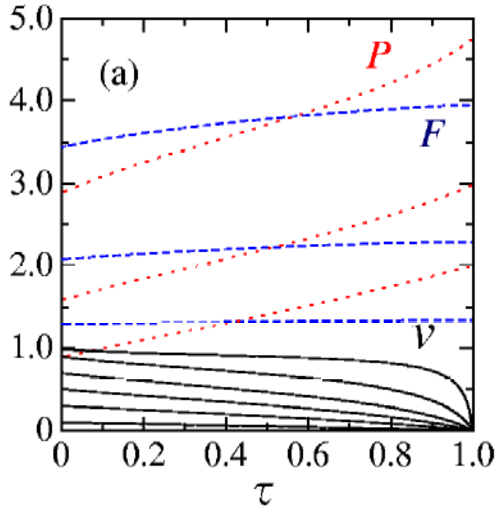
光速まで加速される解

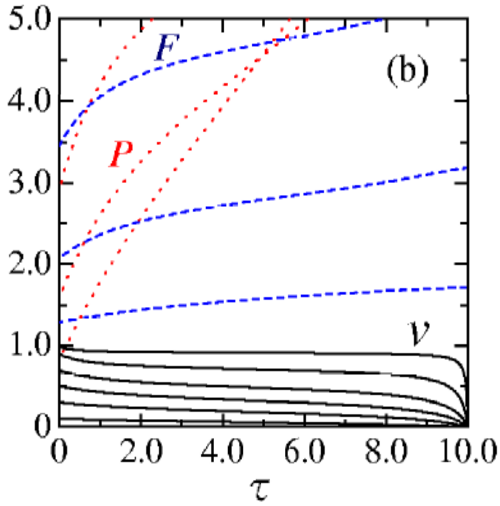
境界条件

流れ基部（大気深部）の境界条件
❁流速 $v=0$
❁光学的深さ　$\tau=\tau_0$
❁（輻射流束 $F=F_0$）
❁（輻射ストレス $P=P_0$）

流れ表面（大気表面）の境界条件
（亜光速で動いている境界条件；Fukue 2005b）
❁流速 $v=v_s$
❁光学的深さ　$\tau=0$
❁（輻射流束 $F=F_s(v_s)$）
❁（輻射ストレス $P=P_s(v_s)$）

❁質量流束　J　（固有値で求まる）

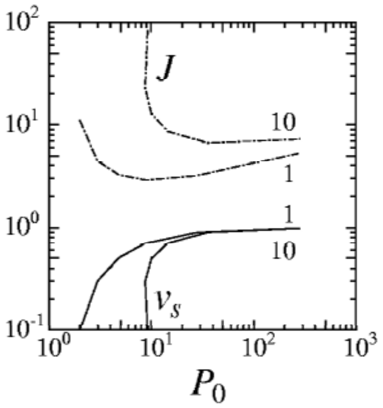




横軸：光学的厚みτ
縦軸：流速v、輻射流束F、輻射ストレスP
表面での最終速度がいろいろな場合の解
(a)基部での$\tau_0=1$、(b) $\tau_0=10$

光速まで加速できた！！

質量流束　J　（固有値として求まる）



横軸：流れ基部での輻射ストレスP_0
縦軸：質量流束Jと表面での流速v
数値は流れ基部での光学的厚みτ_0

５　影響*Influence*
光学的深さと速度に依存する変動エディントン因子

任意の τ と β で使える一般形 $f(\tau, \beta)$
❁低速では従来形 $f(\tau)$
❁光学的に厚いと $f(\beta)$
❁τ 大 かつ β 小で1/3
❁τ 小 または β 大で1

…球対称の場合は→

$$f(\tau,\beta) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\frac{\dfrac{1}{\tau+1} + \beta}{1 + \dfrac{\beta}{\tau+1}} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\frac{1+(\tau+1)\beta}{1+\tau+\beta}.$$

…平行平板の場合は→

$$f(\beta) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\beta.$$

関連する天体現象

今回提案した**速度依存変動エディントン因子**は、輻射場が重要な相対論的天体現象全般に関係してくると考えられる。

❁**ブラックホール降着流**
❁**相対論的天体風、亜光速宇宙ジェット**
❁**相対論的爆発、ガンマ線バースト**
❁**ニュートリノ輸送**
❁**初期宇宙の動的諸現象**

今後の課題

相対論的輻射流体のモーメント定式化における特異性の出現と解の病的な振る舞いは、すでに指摘されている（Turolla and Nobili 1988 ; Dullemond 1999）。今回の提案は、モーメント方程式を２次で打ち切ってエディントン近似をしたときの特異性を回避するための、一つの解決方法と考えてよい。

❁$f(\beta)$ のより適切な形はあるか？
❁平行平板→球対称の場合の計算
❁重力場の効果
❁ガス圧、磁気圧の効果
❁いろいろな天体現象への応用
❁数値シミュレーション→誰か他の人（笑）
❁より一般的な場合の解決法（…なさそう？）

参考文献

Dullemnod, C.P. 1999, A&A, 343, 1030
Fukue, J. 2005a, PASJ, 57, 841
Fukue, J. 2005b, PASJ, 57, in press
Fukue, J. 2006a, PASJ, 58, in press
Fukue, J. 2006b, PASJ, submitted
Kato, S., Fukue, J., & Mineshige, S. 1998, Black-Hole Accretion Disks (Kyoto University Press)
Tamazawa, S., Toyama, K., Kaneko, N., & Ono, Y. 1975, ApSpSci, 32, 403
Turolla, R., Nobili, L. 1988, MNRAS, 235, 1273