

ニュートリノ振動研究の現在と未来

首都大学東京・都市教養学部・理工学系・物理学コース
安田 修

1 はじめに

この講演ではニュートリノ振動研究の現状について触れた後、将来の長基線実験の展望とその現象論、高エネルギー宇宙におけるニュートリノ振動、新たな物理があった時に現れる CP 位相等について簡単に解説した。ニュートリノ振動に関する日本語の解説としては過去の記事 [1, 2, 3] があるので詳細はこれらの記事を参照して頂きたい。

2 基礎的知識

2.1 二種類間のニュートリノ振動

真空中のスピン $1/2$ (運動量 \vec{p} の固有状態) の粒子に対する相対論的な運動方程式 (ディラック方程式) のエネルギー固有値は $E, E, -E, -E$ ($E \equiv \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$) となるので、正エネルギーの成分だけを取り出すと¹

$$i \frac{d}{dt} \psi(t) = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2} \psi(t) \quad (1)$$

となる。今ニュートリノに質量があり、質量固有状態 ν_1 (質量 m_1)、 ν_2 (質量 m_2) とフレーバー固有状態 ν_e, ν_μ が直交行列で

$$\begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1(t) \\ \nu_2(t) \end{pmatrix}, \quad U \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

と関係付けられていると (クォークの混合行列が CKM 行列と呼ばれるのに対し、ニュートリノの混合行列は MNS 行列と呼ばれている)、(1) は

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} U^{-1} \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \end{pmatrix} \quad (2)$$

と書ける ($E_j \equiv \sqrt{\vec{p}^2 + m_j^2}$ ($j = 1, 2$))。 (2) は簡単に解け、 $t = 0$ から $t = L$ まで経過する間に (超相対論的な場合には $t = L$ は距離 L だけ走ったことと同じとなる) ν_e から ν_μ のフレーバーに変わる確率は

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\theta \sin^2(\Delta EL/2)$$

で与えられる ($\Delta E \equiv E_2 - E_1$)。ニュートリノは相対論的と考えて良いので最後の \sin の引数は $\Delta m^2 \equiv m_2^2 - m_1^2$ において $\Delta EL/2 \simeq \Delta m^2 L/4|\vec{p}| \simeq \Delta m^2 L/4E$ と書ける。

さて太陽ニュートリノ等物質密度の高い環境では物質中でのディラック方程式を考える必要が出て来る。物質中では物質中の電子とニュートリノ ν_e, ν_μ, ν_τ の間の中性カレント相互作用 (Z ボゾンが媒介する) の他に、物質中の電子と ν_e の間の荷電カレント相互作用 (W^\pm ボゾンが媒介する) があり、その寄与を考慮すると (2) は

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e(t) & (\bar{\nu}_e(t)) \\ \nu_\mu(t) & (\bar{\nu}_\mu(t)) \end{pmatrix} = \left[U \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} U^{-1} \pm \begin{pmatrix} A_{CC}(t) + A_{NC}(t) & 0 \\ 0 & A_{NC}(t) \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_e(t) & (\bar{\nu}_e(t)) \\ \nu_\mu(t) & (\bar{\nu}_\mu(t)) \end{pmatrix} \quad (3)$$

¹荷電レプトン・ニュートリノの質量行列が対角的ではない基底からのちゃんとした導出については後述。

となる ($A_{CC}(t) \equiv \sqrt{2}G_F N_e(t)$ 、 $A_{NC}(t) \equiv -\sqrt{1/2}G_F N_n(t)$ はそれぞれ荷電カレント相互作用、中性カレント相互作用によるポテンシャルを表し、 $N_e(t)$ 、 $N_n(t)$ は物質中の電子、中性子の密度、 $\bar{\nu}$ に対してはポテンシャルの符号が逆転する)。これらのポテンシャルが一定の場合には、(3) の右辺の行列は直交行列 $e^{i\tilde{\theta}\sigma_2}$ により $e^{i\tilde{\theta}\sigma_2} \text{diag}(\tilde{E}_1, \tilde{E}_2) e^{-i\tilde{\theta}\sigma_2}$ と対角化でき、振動確率は

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\tilde{\theta} \sin^2(\Delta\tilde{E}L/2) \quad (4)$$

と求まる。但し $\tilde{\theta}$ は物質中の実質的混合角度、 $\Delta\tilde{E}$ は物質中の実質的エネルギー固有値の差である：

$$\begin{aligned} \tan 2\tilde{\theta} &\equiv \Delta E \sin 2\theta / (\Delta E \cos 2\theta - A_{CC}) \\ \Delta\tilde{E} &\equiv \tilde{E}_2 - \tilde{E}_1 = [(\Delta E \cos 2\theta - A_{CC})^2 + (\Delta E \sin 2\theta)^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 A_{NC} は単位行列に比例するするため、全体の位相にしか寄与せず、振動確率には影響しないことに注意されたい。(5) 式からわかるように、真空中での混合角度 θ が小さくても $\Delta E \simeq A_{CC}$ が満たされる場合には物質中の実質的混合角度 $\tilde{\theta}$ は大きくなりうる。この現象は MSW 効果として知られ、当初、太陽ニュートリノデータに対して最も良いフィットを与えていたのが小混合角 MSW 解 ($\sin^2 2\theta \simeq 0.006$) であったため、非常に注目を集めた。しかし、最終的には太陽ニュートリノ問題は大混合角 MSW 解で解決されており、この現象は太陽ニュートリノに関する限りアカデミックにしか関係しないことになっている。さらに、(3) はポテンシャルが断熱的に変化する場合 (つまり $\tilde{\theta}(t)$ の t 微分が無視できる場合) にも解析的に扱うことができる。(3) の両辺に $U(t)^{-1}$ をかけて $t = 0$ から $t = L$ まで積分すると

$$\begin{pmatrix} \nu_e(L) \\ \nu_\mu(L) \end{pmatrix} = \tilde{U}(L) \exp \left[-i \int_0^L \text{diag}(\tilde{E}_1(t), \tilde{E}_2(t)) dt \right] \tilde{U}^{-1}(0) \begin{pmatrix} \nu_e(0) \\ \nu_\mu(0) \end{pmatrix}$$

を得る。これから振動確率は $\Delta\tilde{E}_{jk} \equiv \tilde{E}_j - \tilde{E}_k$ として

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sum_{j,k} \tilde{U}(L)_{\beta j} \tilde{U}(L)_{\beta k}^* \tilde{U}(0)_{\alpha j}^* \tilde{U}(0)_{\alpha k} \exp \left(-i \int_0^L \Delta\tilde{E}_{jk}(t) dt \right)$$

と求まるが、太陽ニュートリノ観測のように $|\Delta EL| \gg 1$ という状況を考えると、はげしい振動は平均化され ($\exp(-i \int_0^L \Delta\tilde{E}_{jk}(x) dx) \rightarrow \delta_{jk}$)、かつ $t = 0$ では物質効果が、 $t = L$ ではほとんど真空、とすると、

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sum_j |\tilde{U}(0)_{\alpha j}|^2 |\tilde{U}(L)_{\beta j}|^2 = \sum_j |\tilde{U}(0)_{\alpha j}|^2 |U_{\beta j}|^2$$

となる。このようにして、太陽ニュートリノ実験で測定している $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ は次のように求まる：

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \cos^2 \theta \cos^2 \tilde{\theta}(t=0) + \sin^2 \theta \sin^2 \tilde{\theta}(t=0)$$

ここでニュートリノの生成点での実質的混合角 $\tilde{\theta}(t=0)$ は次のように与えられ、非自明なエネルギー依存性を持っていることに注意されたい：

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \tilde{\theta}(t=0) \\ \sin^2 \tilde{\theta}(t=0) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left[1 \pm \frac{\Delta E \cos 2\theta - A_{CC}(t=0)}{[(\Delta E \cos 2\theta - A_{CC}(t=0))^2 + (\Delta E \sin 2\theta)^2]^{1/2}} \right]$$

太陽ニュートリノでは、 ${}^7\text{Be}$ のエネルギー領域 $E \sim 1$ MeV で、物質中の混合角 $\tilde{\theta}$ (この場合、物質中というのは太陽中心付近で、 $\rho \sim 100$ g/cm³ と想定している) と真空中の混合角 θ とのずれが顕著になることから、 $\Delta E \equiv \Delta m^2/2E \sim A_{CC} = \sqrt{2}G_F N_e$ により $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(10^{-5}\text{eV}^2)$ となることがわかる。KamLAND 実験 ($E \sim 4$ MeV、 $L \sim \mathcal{O}(100$ km)) で欠損が見えることから $\Delta m^2 \gtrsim 10^{-5}\text{eV}^2$ でなければならないことがわかる。又大気ニュートリノでは $E \sim 1$ GeV、 $L \sim 1000$ km でその天頂角分布が顕著になることから $\Delta m^2 L/4 = 1.27 (\Delta m^2/\text{eV}^2) (L/\text{km}) / (E/\text{GeV}) \sim \mathcal{O}(1)$ により $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(10^{-3}\text{eV}^2)$ となることが理解できる。一方、ロスアラモスの LSND という実験 [4] では $E \sim 50$ MeV、 $L \sim 30$ m で $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ の振動が起こっていると主張されており、それが本当であるとすると $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(1\text{eV}^2)$ でなければならない。この LSND の結果に関しては Fermilab における MiniBooNE という実験で追試をしており、2006 年には結果が出ると期待されている。

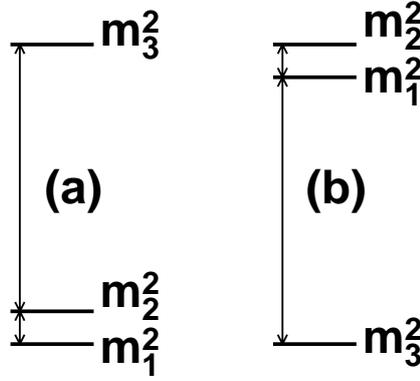


図 1: 2つの質量パターン: 順ヒエラルキー (a), 逆ヒエラルキー (b) はそれぞれ $\Delta m_{32}^2 > 0$, $\Delta m_{32}^2 < 0$ に対応する。

2.2 3フレーバー間のニュートリノ振動

軽いニュートリノは3種類あることが知られているので本来3種類のフレーバー間の振動を議論する必要がある。(3)を3フレーバーの場合に拡張すると、

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \\ \nu_\tau(t) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \\ \nu_\tau(t) \end{pmatrix}$$

$$M \equiv [U \text{diag}(E_1, E_2, E_3) U^{-1} + \text{diag}(A_{CC}(t), 0, 0) + A_{NC}(t) \mathbf{1}]$$

$$U \equiv \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (6)$$

となる ($s_{jk} \equiv \sin \theta_{jk}$, $c_{jk} \equiv \cos \theta_{jk}$; 反ニュートリノ $\nu^c = C(\gamma^0)^T \nu^*$ に対しては U を U^* に、 A_{CC} (A_{NC}) を $-A_{CC}$ ($-A_{NC}$) にそれぞれ置き換える)。ここでは詳細を省略するが、太陽ニュートリノ実験、KamLAND 実験、大気ニュートリノ実験のそれぞれの肯定的結果と CHOOZ の原子炉実験 ($E \sim 4\text{MeV}$, $L \sim 1\text{km}$) の否定的結果を組み合わせると MNS 行列 U は次のようになることが言える:

$$U \simeq \begin{pmatrix} c_\odot & s_\odot & \epsilon \\ -s_\odot/\sqrt{2} & c_\odot/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ s_\odot/\sqrt{2} & -c_\odot/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (7)$$

大気ニュートリノからは ($|\Delta m_{32}^2|$, $\sin^2 2\theta_{23}$) $\simeq (2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2, 1.0)$ が、太陽ニュートリノ+KamLAND からは (Δm_{21}^2 , $\sin^2 2\theta_{12} \simeq \sin^2 2\theta_\odot$) $\simeq (8 \times 10^{-5} \text{eV}^2, 0.8)$ が、CHOOZからは $\sin^2 2\theta_{13} \simeq 4\epsilon^2 \lesssim 0.15$ が結論される。(7)は太陽ニュートリノのフレーバー転換の約半分が $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ 、残りの約半分が $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ で、又大気ニュートリノのフレーバー転換のほとんどすべてが $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ で、それぞれ説明されることを意味している。

太陽ニュートリノではつねに $\Delta m_\odot^2 > 0$ を仮定して太陽ニュートリノの混合角が $\theta_\odot > \pi/4$ か $\theta_\odot < \pi/4$ かを問題にするのに対し (実は太陽ニュートリノでは $\bar{\nu}_e$ はなく ν_e のみで物質効果が重要であるため $\theta_\odot < \pi/4$ が選ばれることが言える)、大気ニュートリノでは主なチャンネルが $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ で物質効果の寄与が小さいため $\Delta m_{\text{atm}}^2 > 0$ と $\Delta m_{\text{atm}}^2 < 0$ のどちらが良いかを知ることは難しい。したがって3フレーバーの枠組みでは現在の所図1の(a)と(b)のどちらもパターンも許されている。ということで、現在の所未定のパラメーターは、 θ_{13} 、CP位相 δ 、 Δm_{32}^2 の符号である。

2.3 4フレーバー以上の間のニュートリノ振動

LSNDをもニュートリノ振動で説明する試みについては詳しくは触れないが、簡単に現状について説明しておこう。太陽ニュートリノ・大気ニュートリノ・LSNDの結果をすべてニュートリノ振動

によるものとする、3つの異なる質量スケールが必要となることから、少なくとも4種類以上のニュートリノが必要となる。一方、弱い相互作用をする軽いニュートリノの数はLEPの加速器実験から3であることがわかっている、3種類の活性ニュートリノ (ν_e, ν_μ, ν_τ) 以外は、標準理論のゲージ群について量子数のない不活性ニュートリノ (sterile neutrino) でなければならない。一番簡単な1種類の不活性ニュートリノのシナリオには Δm_{LSND}^2 によって隔てられる質量固有状態が3つと1つのもの ((3+1)-スキーム) と2つずつのもの ((2+2)-スキーム) があるが、太陽ニュートリノと大気ニュートリノからの不活性ニュートリノに対する制限が強くなってきたため、そのどちらも既にほとんど排除されている [5]。その次に簡単な2種類の不活性ニュートリノを入れた (3+2)-スキーム [6] は現在の所排除されておらず、現時点でLSNDの結果を含めて説明できるものとして知られている唯一のシナリオである²。

2.4 θ_{13} に対する理論的予言

理論的にはこれまで色々な模型が提唱されており、さまざまな θ_{13} の値が予言されている。それぞれの予言値のうちいくつかがまとめられている表が [7] の18ページに与えられているので、そちらを参照されたい。

3 将来の長基線実験の現象論

MNS行列が (7) のようにほぼ決まった訳であるが、未定のパラメーターとして θ_{13} 、 $\text{sign}(\Delta m_{32}^2)$ 、 δ があり、これらは将来の長基線実験で決定されると期待されている。

$|\Delta m_{21}^2 L/E| \ll 1$ の時、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動確率は

$$\left\{ \begin{array}{l} P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) \\ P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) \end{array} \right\} \simeq s_{23}^2 \sin^2 2\tilde{\theta}_{13}^{(\mp)} \sin^2 \left(\frac{\Delta \tilde{E}_{32}^{(\mp)} L}{2} \right) \quad (8)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} \tan 2\tilde{\theta}_{13}^{(\pm)} &\equiv \frac{\Delta E_{32} \sin 2\theta_{13}}{\Delta E_{32} \cos 2\theta_{13} \pm A_{CC}} \\ \Delta \tilde{E}_{32}^{(\pm)} &\equiv \sqrt{(\Delta E_{32} \cos 2\theta_{13} \pm A_{CC})^2 + (\Delta E_{32} \sin 2\theta_{13})^2}. \end{aligned}$$

これらの式から、 θ_{13} が非常に小さくない限り、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動が見えることが期待される。又、物質効果により $\Delta m_{32}^2 > 0$ ($\Delta m_{32}^2 < 0$) であれば $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ ($P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$) が $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ ($P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$) に比べて大きくなるので両者のチャンネルの振動確率を比較することにより Δm_{32}^2 の符号がわかるはずである。但し、物質効果が顕著になるのは比較的長距離 ($\gtrsim \mathcal{O}(1000 \text{ km})$) の長基線実験においてなので Δm_{32}^2 の符号を高い信頼度で決定するには長距離の基線が必要となる³。

一方、CP位相の δ は真空中では、ニュートリノと反ニュートリノの差を見ることによりわかる ((6) でニュートリノと反ニュートリノのMNS行列が U と U^* で与えられることに注意):

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta) &= 4 \sum_{j < k} \text{Im} \left(U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \right) \sin(\Delta E_{jk} L) \\ &= 4 J [\sin(\Delta E_{12} L) + \sin(\Delta E_{23} L) + \sin(\Delta E_{31} L)]. \end{aligned} \quad (9)$$

²しかしながら [6] の中で与えられている (3+2)-スキームのベストフィット点は、[5] における大気ニュートリノからの不活性ニュートリノ混合に対する制限と抵触している。したがって [5] の結果を考慮した場合には、ベストフィット点の位置はずれるはずで、修正されたベストフィット点でのフィットの confidence level は悪くなると予想される。

³物質効果が顕著になるということは、定義から $|\Delta E_{32}| \sim A_{CC}$ となる必要がある。ところが、この条件が満たされている時には、 $|\Delta \tilde{E}_{32}^{(\pm)} L| \sim |\Delta EL| \sim A_{CC} L \ll 1$ であると仮定すると、(8) の \sin の引数が展開でき、 $\sin^2 2\tilde{\theta}_{13}^{(\mp)} = (\Delta E / \Delta \tilde{E}_{32}^{(\pm)})^2 \sin^2 2\theta_{13}$ であることから、 $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) = s_{23}^2 \sin^2 2\theta_{13} ((\Delta E_{32} L / 2)^2)$ となってしまう、物質効果が消えてしまうことがわかる。したがって、 $\rho \simeq 3 \text{ g/cm}^3$ とした時に $A_{CC} \simeq 1 / (2000 \text{ km})$ であるので、物質効果が顕著になるには $L \gtrsim \mathcal{O}(1000 \text{ km})$ であることが必要となる。

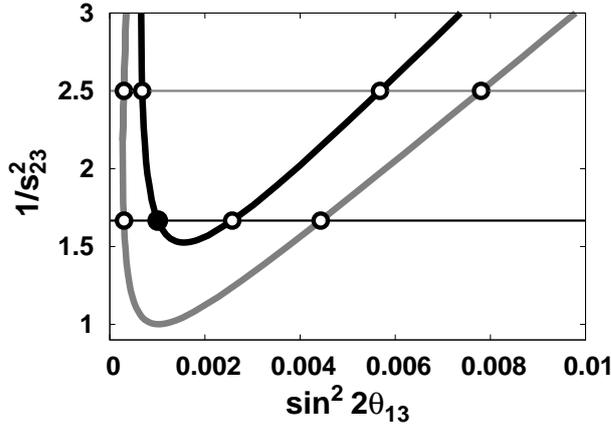


図 2: 8重パラメーター縮退: $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ からは $\sin^2 2\theta_{23}$ の値がわかるので、厳密に $\theta_{23} = \pi/4$ でない限り、 $\sin^2 \theta_{23}$ の値には 2 通りの解 (θ_{23} の真の値が水平な黒い細い直線、偽の値が灰色の細い直線) がある ($\theta_{23} \leftrightarrow \pi/2 - \theta_{23}$ の不定性)。 $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$ と $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ を同時に指定して得られる曲線はこのプロット [9] の中では双曲線となり (双曲線は 2 次曲線であるため、一般に直線との交点は 2 つあり、これは $\theta_{13} - \delta$ の固有の不定性と呼ばれる)、 Δm_{32}^2 の符号が正しい場合 (黒色の太い直線) と符号が誤っている場合 (灰色の太い直線) の 2 通りがある ($\Delta m_{32}^2 \leftrightarrow -\Delta m_{32}^2$ の不定性)。これらの線が交差する場所は、2 重の不定性が 3 種類あることから、一般に $2^3 = 8$ 点あり、そのうちの一点 (黒点) のみが真の解、それ以外の七点 (白点) は偽の解である。

ここで $J \equiv \text{Im}(U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^* U_{\alpha 2} U_{\beta 2}) = (c_{13}/8) \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin \delta$ はヤルスコーク因子と呼ばれる量で、 θ_{12} 、 θ_{13} 、 θ_{23} がわかっていれば J から $\sin \delta$ を知ることが出来る。

しかしながら、一般に長基線実験では物質効果が無視できなくなり、物質効果も CP を破っているため、 $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)$ を求めても δ による寄与と物質効果による寄与が複雑に混じって見通しが良くならない。そこで実質的には 3 フレーバーの理論的予言と実験値を比較し、 δ の値を推定するという方法をとる。その際、2 つの点に注意する必要がある。実際問題として大気ニュートリノ振動や太陽ニュートリノ振動のパラメーターには実験的誤差が存在する。 δ を決めるには δ とそれらパラメーター間の誤差の相関を考慮して δ の値を推定する必要がある。さらに、パラメーター縮退の問題と呼ばれる原理的な問題がある。パラメーター縮退の問題とは、振動確率 $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ 、 $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ 、 $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ が一定の単色エネルギーと基線に対して与えられた時、 $(\theta_{23}, \theta_{13}, \delta)$ を一意的に決めることが出来るかというもので、一般に 8 個の可能な解があるため、答えは否である (図 2 参照)。これまでにこの問題を解決するためにさまざまなアイデアが考え出されている: (a) 大気ニュートリノ振動が最大となる条件 ($|\Delta m_{32}^2 L/4E| = \pi/2$) で実験をする、(b) 原子炉による θ_{13} の測定をする、(c) 異なる L/E での長基線実験を組み合わせる、(d) いわゆるシルバーチャンネル ($\nu_e \rightarrow \nu_\tau$) を使う。これらのいくつかを組み合わせれば縮退の問題が解決することが知られている。

現在稼動している、あるいは現在建設中の長基線実験には、アメリカの MINOS、ヨーロッパの CNGS、日本の T2K 実験がある。特に T2K はビームパワー 0.75MW を目標とする大強度加速器による次世代の振動実験 (いわゆるスーパービーム実験) である。さらに、これらの次の計画を考えようとすると、振動パラメーターのさらなる精密測定を行うことが要求される。そのためには格段に高い統計を稼がなければならないので大強度のニュートリノビームが必須となる。加速器によるものとしては、主として (1) π 中間子の崩壊からの従来型ニュートリノビーム (従来型ビームの大強度版ということでスーパービームと呼ばれる)、(2) 蓄積リングで加速したミュオンからのニュートリノビーム (ニュートリノファクトリーと呼ばれる)、(3) 蓄積リングで加速した放射性原子核からのニュートリノビーム (ベータビームと呼ばれる)、が提案されている⁴。これら近未来・遠未来の計画の θ_{13} に対する感度は図 3 に与えられている。図 3 の左図の中には、加速器以外の計画として原子炉による θ_{13} 測定実験⁵[7] もプロットされている。

⁴2005 年 9 月から 2006 年 9 月の 1 年間にわたり、今後の大強度長基線実験に関する将来計画の国際的スタディ[11] が行われている所であり、今後の長基線実験の計画の最適化、長基線実験で可能な物理 (ニュートリノ振動だけでなく標準模型を超える物理なども含めて) に関する調査・検討が行われている。

⁵現在の所、フランスの Double CHOOZ、日本の KASKA、アメリカの Braidwood、中国の Daya Bay、ブラジルの Angra、韓国の RENO などが提案されている。

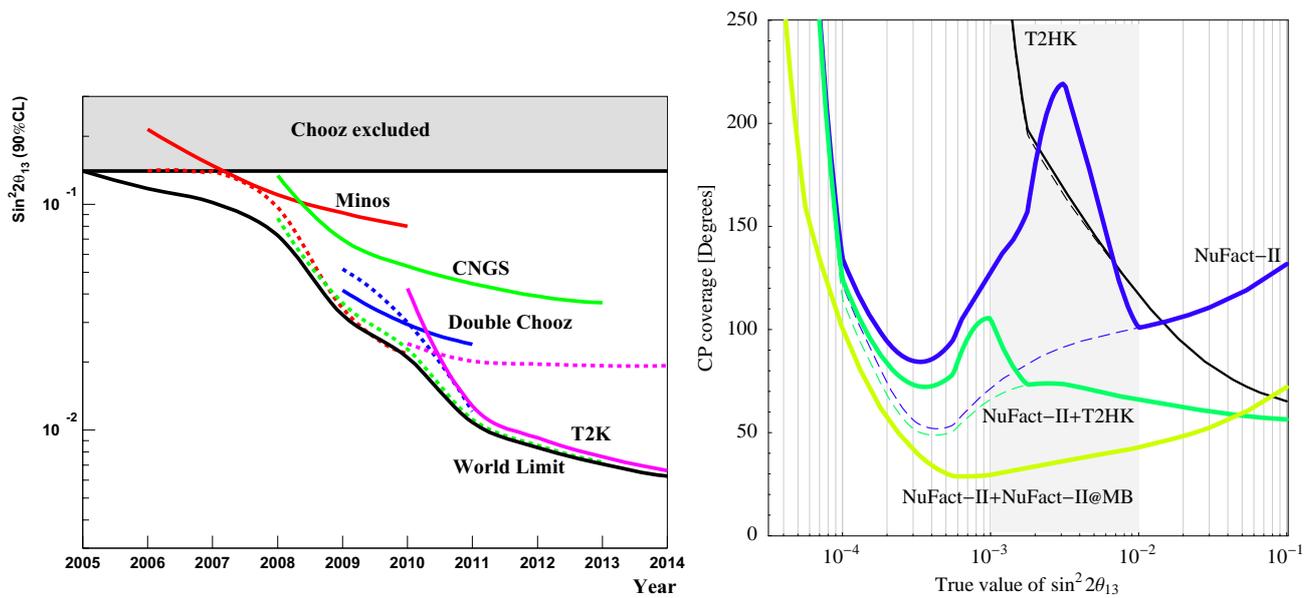


図 3: θ_{13} (と δ) に対する感度 (左: 近い将来に稼動する長基線実験 [8])、(右: 将来に向けて提案されている長基線実験 [10]) ; 縦軸は CP 位相 δ に対する測定誤差 ; T2HK は T2K のアップグレード版で、ビームパワー 4MW、測定器が 1Mt のハイパーカミオカンデを想定したもの、NuFact-II はビームパワー 4MW、ミューオン数 5×10^{20} を仮定したニュートリノファクトリー、MB は Magic Baseline を表し、 $L=6300\text{km}$ では CP 位相の効果が消えることを逆手に使っている)。

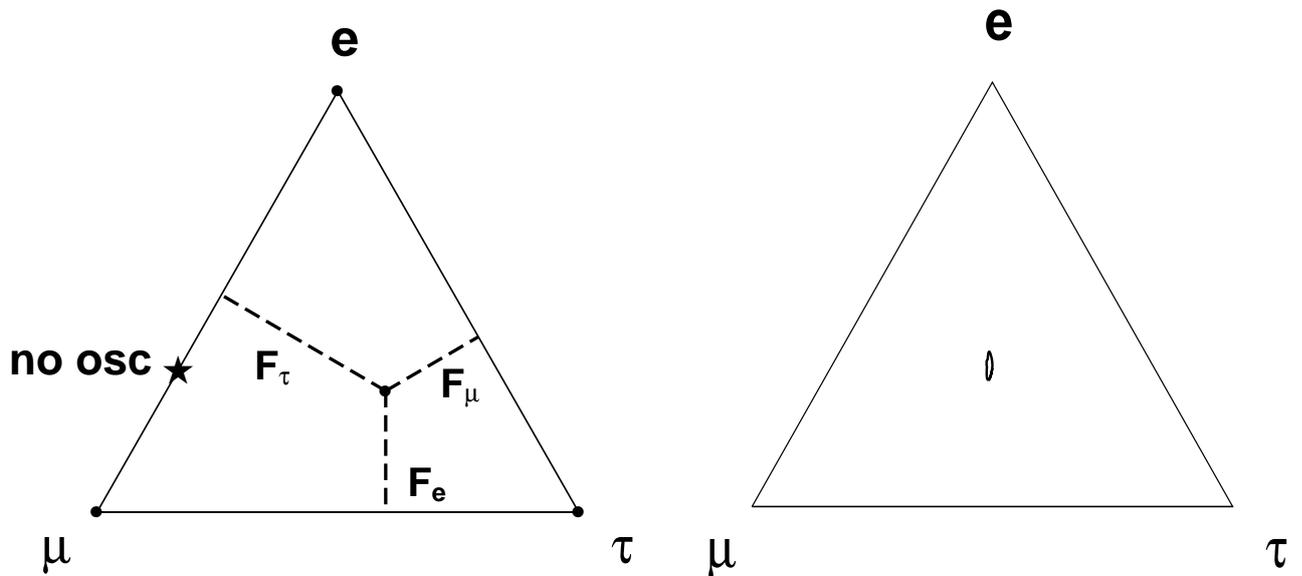


図 4: 3 フレーバーニュートリノ振動の枠組みによる高エネルギー宇宙ニュートリノのフレーバー比 : (左: フレーバー比を表すプロット ; 星印がニュートリノ振動のない場合の比 ; 正三角形の中心が 1:1:1 に対応)、(右: 大気ニュートリノ・太陽ニュートリノ・原子炉ニュートリノの制限の範囲内で θ_{23} 、 θ_{13} をふって可能なフレーバー比をプロットしたもの [13] で、その許容領域の中心からのずれは小さい)。

4 高エネルギー宇宙ニュートリノにおけるニュートリノ振動

AGN やガンマ線バースト等からの高エネルギーニュートリノは、大気ニュートリノのバックグラウンドが少ないため、今後のニュートリノ観測装置で観測されることが期待されている。これらの高エネルギーニュートリノは、生成された場所でのフラックスの絶対値がよくわかっていない一方、ニュートリノの各フレーバーの識別は実験的に可能だと思われるため、地上で観測する際には、ニュートリノのフレーバーに比を測定することがポイントであると考えられている。しかしながら、3フレーバー混合の枠組みでニュートリノ振動の効果を考慮すると、地上で観測されるフラックスのフレーバー比は $F(\nu_e) : F(\nu_\mu) : F(\nu_\tau) = 1 : 1 : 1$ となることが知られている [12]。その議論の前提条件は、ニュートリノの源が、大気ニュートリノと同じように π 中間子の崩壊によるものであるということと、ニュートリノ振動の枠組みが 3 フレーバーによるもので $\sin^2 2\theta_{13} \ll 1$ 、 $|\sin^2 2\theta_{23} - 1| \ll 1$ であるということである。前者の仮定からニュートリノの生成点でのフレーバー比は $F^0(\nu_e) : F^0(\nu_\mu) : F^0(\nu_\tau) = 1 : 2 : 0$ となり、後者の仮定から $|U_{\mu j}|^2 \simeq |U_{\tau j}|^2$ が成立する。一方、真空中で天文学的距離を振動した後では、はげしい振動が $\sin^2(\Delta E_{jk}L/2) \rightarrow 1/2$ と平均化されて、 $P_{\alpha\beta} \equiv P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sum_j |U_{\alpha j}|^2 |U_{\beta j}|^2$ となるため、以下を得る：

$$\begin{aligned} F(\nu_e) &= F^0(\nu_e)(P_{ee} + 2P_{\mu e}) = F^0(\nu_e)(1 - P_{\tau e} + P_{\mu e}) = 1 \\ F(\nu_\mu) &= F^0(\nu_e)(P_{e\mu} + 2P_{\mu\mu}) = F^0(\nu_e)(1 - P_{\tau\mu} + P_{\mu\mu}) = 1 \\ F(\nu_\tau) &= F^0(\nu_e)(P_{e\tau} + 2P_{\mu\tau}) = F^0(\nu_e)(1 - P_{\tau\tau} + P_{\mu\tau}) = 1 \end{aligned}$$

ここで $F^0(\nu_\mu) = 2F^0(\nu_e)$ であることと、ユニタリー性から出る条件 $P_{e\alpha} + 2P_{\mu\alpha} = (P_{e\alpha} + P_{\mu\alpha}) + P_{\mu\alpha} = 1 - P_{\tau\alpha} + P_{\mu\alpha} = 1$ を使った。実際には θ_{13} と θ_{23} は、CHOOZ の制限 ($\sin^2 2\theta_{13} < 0.15$)、大気ニュートリノの制限 ($1 - \sin^2 2\theta_{23} < 0.1$) の範囲内である程度の大きさを持つことが出来るが、それを考慮してもほとんど $1 : 1 : 1$ からずれないことが知られている (図 4 参照)。

このように、 $1 : 1 : 1$ からのずれが観測されれば標準的な 3 フレーバー混合からのずれを意味するため、高エネルギー宇宙ニュートリノにおけるニュートリノ振動の現象は人々の興味を引いてきている。 $1 : 1 : 1$ からのずれを予言する理論もいくつか提唱されており、3つのニュートリノの質量固有状態のうちの重い質量固有状態が軽い質量固有状態とマヨロンというスカラー粒子に崩壊するシナリオ (比 = $\alpha : 1 : 1$ ($\alpha = 1.4 \sim 6$)) [14]、擬ディラックニュートリノ状態の存在するシナリオ (比 = $\alpha : 1 : 1$ ($\alpha = 2/3 \sim 14/9$)) [15]、 π 中間子やミュオンが電磁相互作用でエネルギー損失を起こして生成点でのフレーバー比が $1 : 2 : 0$ からずれるシナリオ (比 = $\alpha : 1 : 1$ ($\alpha = 1/1.8 \sim 1$)) [16]、等がある。

5 CP 位相について

真空中における混合行列 U は、(6) を変形して

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & e^{-i\delta}s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{i\delta}s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

と書け、 δ 依存性がつねに $\sin \theta_{13}$ という小さい数に伴って現れることから、CP 位相の効果は真空中では小さいと考えられる。ここではその CP 位相の項が物質効果によって増幅される可能性について議論する。

5.1 密度一定の物質中での T 非保存

密度が一定である場合には、物質中でも $[U \text{diag}(E_1, E_2, E_3)U^{-1} + \text{diag}(A_{CC} + A_{NC}, A_{NC}, A_{NC})]$ は形式的にユニタリー行列 \tilde{U} により $\tilde{U} \text{diag}(\tilde{E}_1, \tilde{E}_2, \tilde{E}_3)\tilde{U}^{-1}$ と対角化出来て、

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j < k} \text{Re}(\tilde{U}_{\alpha j} \tilde{U}_{\beta j}^* \tilde{U}_{\alpha k}^* \tilde{U}_{\beta k}) \sin^2(\Delta \tilde{E}_{jk}L/2)$$

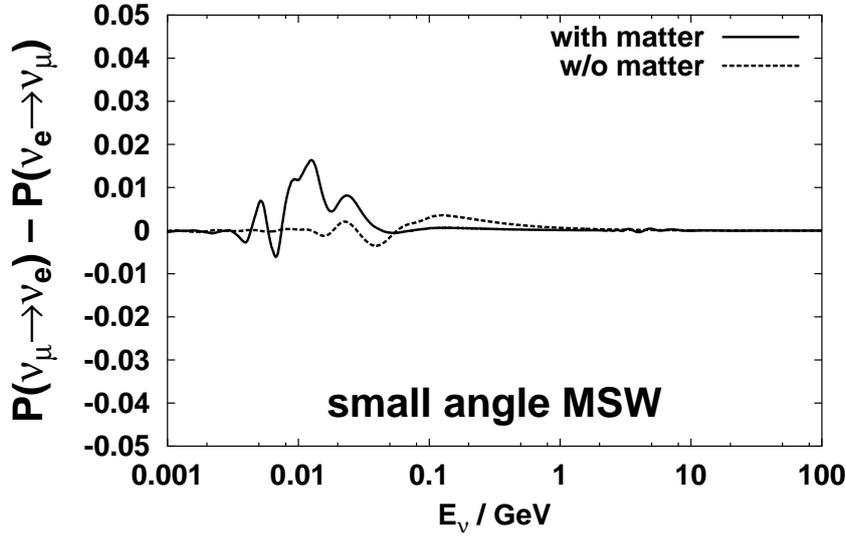


図 5: T 非保存項の増幅の例 (旧太陽ニュートリノ小混合角度解 ($\Delta m_{21}^2 = 5.4 \times 10^{-6} \text{eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{12} = 0.006$) で地球の直径を貫通した場合の振る舞いを数値的に求めたもの [18])。

$$+2 \sum_{j < k} \text{Im}(\tilde{U}_{\alpha j} \tilde{U}_{\beta j}^* \tilde{U}_{\alpha k}^* \tilde{U}_{\beta k}) \sin(\Delta \tilde{E}_{jk} L), \quad (10)$$

と表せる ($\Delta \tilde{E}_{jk} \equiv \tilde{E}_j - \tilde{E}_k$)。 (10) の右辺第一項と第二項は時間反転 ($\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ を $\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha$ に変える操作) に関して偶 (不変)、第三項は奇 (符号逆転) であるため、それぞれ T 保存、T 非保存の項と呼ばれる。ここで T 非保存を考えると

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha) &= 4 \sum_{j < k} \text{Im}(\tilde{U}_{\alpha j} \tilde{U}_{\beta j}^* \tilde{U}_{\alpha k}^* \tilde{U}_{\beta k}) \sin(\Delta \tilde{E}_{jk} L) \\ &= 4 \tilde{J} \left[\sin(\Delta \tilde{E}_{12} L) + \sin(\Delta \tilde{E}_{23} L) + \sin(\Delta \tilde{E}_{31} L) \right], \end{aligned}$$

となる。 $\tilde{J} \equiv \text{Im}(\tilde{U}_{\alpha 1} \tilde{U}_{\beta 1}^* \tilde{U}_{\alpha 2}^* \tilde{U}_{\beta 2})$ は物質中でのヤルスコーグ因子であり、

$$\tilde{J} = \frac{\Delta E_{12} \Delta E_{23} \Delta E_{31}}{\Delta \tilde{E}_{12} \Delta \tilde{E}_{23} \Delta \tilde{E}_{31}} J \quad (11)$$

という関係式 [19] が成立することが知られている。これから、T 非保存の項は $\sin \delta$ に比例し、物質中での有効エネルギーの差 $\Delta \tilde{E}_{jk}$ が小さくなる時に増幅されることがわかる⁶。実際、今となっては現実的な解ではないが、以前太陽ニュートリノの解の一つであった小混合角度解に対し、ニュートリノが地球の直径を走った場合の T 非保存を計算すると、真空中の場合にくらべて増幅されることがわかる (図 5 参照)。

5.2 新物理がある場合の荷電レプトンセクターからの CP 位相

実は (1) で使った式は質量が異なる質量固有状態のディラック方程式から厳密に導出したものではなく、超相対論的な極限で成り立つ近似式であることが知られている。 [20] ではディラック方程式から出発して、通常の谷-Foldy 変換とは逆に $m_j/|\vec{p}|$ に関する超相対論的な摂動で最初の数項までを求め、真空中や物質中、磁気遷移と磁場の結合がある場合等のニュートリノの運動方程式を求め

⁶密度一定の物質中のニュートリノ振動に対して、T 非保存の項に関する式 (11) は、1991 年の Naumov 以来、他に再発見をしているグループもあり、よく知られているが、T 保存の項をも含めて見通しの良い解析的厳密な表式を与えたのは木村-高村-横枕の仕事 [17] である。 [17] の結果によると、 $\Delta \tilde{E}_{jk}$ が分母に現れるという現象は T 保存の項にも起こっていることがわかる。

ている。その結果は真空中では従来使われている (1) と、又、磁気遷移と磁場の結合がある場合には 1980 年代後半に太陽ニュートリノの文脈で議論された方程式 [21] とそれぞれ $m_j/|\vec{p}|$ の最低次で一致している。簡単のためここではマヨラナニュートリノの場合について議論すると、その最低次での式は

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_L)^c \end{pmatrix} = \mathcal{M} \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_L)^c \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{M} \equiv \begin{pmatrix} |\vec{p}| + \frac{1}{2|\vec{p}|} m^\dagger m + \mathcal{A} & |\vec{B}_\perp| \mu \\ |\vec{B}_\perp| \mu & |\vec{p}| + \frac{1}{2|\vec{p}|} m m^\dagger - \mathcal{A} \end{pmatrix}, \quad \nu_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

のようになる。ここで $\mathcal{A} \equiv \text{diag}(A_{CC} + A_{NC}, A_{NC}, A_{NC})$ 、 $\mu_{\alpha\beta}$ は $\mathcal{L}_{mag} = \mu_{\alpha\beta} \overline{(\nu_{\alpha L})^c} \sigma_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} \nu_{\beta L} + h.c.$ で与えられる磁気遷移であり、 \vec{B}_\perp はニュートリノの進行方向に対して垂直な磁場の成分である。今クォークにおける小林 - 益川の位相の導出 [22] を思い出して、レプトンセクターに対しても同様の処方方を施すことを考える。荷電レプトンの質量を対角化した後でニュートリノの質量行列 m が次のように書けたとする (ここではマヨラナニュートリノを議論しているので質量行列 m は複素対称行列) :

$$m = V^* \text{diag}(m_1, m_2, m_3) V^\dagger.$$

ユニタリー行列 V はさらに $\lambda_3 \equiv \text{diag}(1, -1, 0)$ 、 $\sqrt{3}\lambda_8 \equiv \text{diag}(1, 1, -2)$ として

$$V = e^{i\alpha} e^{i\beta'\lambda_3} e^{\sqrt{3}i\gamma'\lambda_8} U e^{-\sqrt{3}i\gamma\lambda_8} e^{-i\beta\lambda_3}$$

というように、ニュートリノセクターの方に吸収されるべき位相 β 、 γ と荷電レプトンセクターに吸収されるべき位相 β' 、 γ' 、全体の位相 α に因子化され、残りの U が MNS 行列となる。これらを使うと \mathcal{M} に現れる $m^\dagger m$ 、 mm^\dagger はそれぞれ次のようになり、荷電レプトンに吸収されるべき位相 β' 、 γ' のみが残る⁷ :

$$m^\dagger m = V \text{diag}(m_j^2) V^\dagger = e^{i\beta'\lambda_3} e^{i\gamma'\lambda_8} U \text{diag}(m_j^2) U^\dagger e^{-i\gamma'\lambda_8} e^{-i\beta'\lambda_3}$$

$$mm^\dagger = V^* \text{diag}(m_j^2) V^T = e^{-i\gamma'\lambda_8} e^{-i\beta'\lambda_3} U^* \text{diag}(m_j^2) U^T e^{i\beta'\lambda_3} e^{i\gamma'\lambda_8}$$

したがって \mathcal{M} は、 $\Phi \equiv \beta'\lambda_3 + \gamma'\lambda_8$ として

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} e^{i\Phi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & e^{-i\Phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} UDU^{-1} + e^{-i\Phi} \mathcal{A} e^{i\Phi} & e^{-i\Phi} |\vec{B}_\perp| \mu e^{-i\Phi} \\ e^{i\Phi} |\vec{B}_\perp| \mu e^{i\Phi} & UDU^{-1} - e^{i\Phi} \mathcal{A} e^{-i\Phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\Phi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & e^{i\Phi} \end{pmatrix}$$

のように書き直せるので、磁気遷移と磁場の結合 $|\vec{B}_\perp| \mu$ が ΔE と同程度の大きさになる場合や、新しい物理のために \mathcal{A} の非対角成分が 0 でなくて、かつその効果が小さくない場合には、これらの位相 β' 、 γ' の効果も考慮する必要がある。

6 おわりに

ここでは主に 3 フレーバー混合の枠組でニュートリノ振動を簡単に解説した。これからの長基線実験の目的は、B ファクトリーにおけるクォークセクターの CP 非保存の精密測定と基本的に同じ

⁷ニュートリノ振動に、いわゆるマヨラナ位相 β 、 γ が現れないのは、 $m^\dagger m$ 、 mm^\dagger の中で相殺していることによる。これは以下の述べる磁気遷移と磁場の結合がある場合や、新しい物理のために \mathcal{A} の非対角成分が 0 でない場合にも言えることである。これに対し、無ニュートリノ二重崩壊に現れる量は $\langle m_{ee} \rangle \equiv |(V \text{diag}(m_1, m_2, m_3) V^T)_{ee}| = |m_1 c_{12}^2 c_{13}^2 e^{i(\beta+\gamma)} + m_2 s_{12}^2 c_{13}^2 e^{i(-\beta+\gamma)} + m_3 s_{13}^2 e^{-2i(\delta+\gamma)}|$ で、 α 、 β' 、 γ' が相殺するかわりに β 、 γ が残る。

ものである。Bファクトリーにおいては、第一段階でCP非保存の存在を検証し、第二段階で標準模型からのずれの有無を調べることにより標準模型を越える物理の探索が行われている。前述の大強度長基線実験に関する将来計画の国際的スタディ[11]では、Bファクトリーの第二段階のように、レプトンセクターにおける3フレーバーからのずれを測定する可能性について検討が行われている。標準模型を越える物理がある場合には、長基線実験でも何らかの兆候が見えることが期待されるが、天体物理学の対象からのニュートリノからも、兆候が得られるかもしれない。それらの点については今後の研究に期待したい。

参考文献

- [1] 南方久和, ニュートリノ振動研究の現状, 日本物理学会誌 **53** (1998) 743.
- [2] 戸塚洋二, 日本物理学会誌 **58** (2003) 314 と同特集号 (第 58 巻第 5 号) の諸記事.
- [3] 安田修, 平成 13 ~ 15 年度科学研究費補助金 (基盤研究 C (2)) 研究成果報告書第一章 <http://theory1.phys.metro-u.ac.jp/~yasuda/kaken-2003-1.pdf> とその中の参考文献.
- [4] A. Aguilar *et al.* [LSND Collaboration], Phys. Rev. D **64** (2001) 112007 [arXiv:hep-ex/0104049].
- [5] M. Maltoni, T. Schwetz, M. A. Tortola and J. W. F. Valle, New J. Phys. **6** (2004) 122 [arXiv:hep-ph/0405172].
- [6] M. Sorel, J. M. Conrad and M. Shaevitz, Phys. Rev. D **70** (2004) 073004 [arXiv:hep-ph/0305255].
- [7] K. Anderson *et al.*, arXiv:hep-ex/0402041.
- [8] A. Guglielmi, M. Mezzetto, P. Migliozzi and F. Terranova, arXiv:hep-ph/0508034.
- [9] O. Yasuda, New J. Phys. **6** (2004) 83 [arXiv:hep-ph/0405005].
- [10] P. Huber, M. Lindner and W. Winter, JHEP **0505** (2005) 020 [arXiv:hep-ph/0412199].
- [11] <http://www.hep.ph.ic.ac.uk/iss/>.
- [12] J. G. Learned and S. Pakvasa, Astropart. Phys. **3** (1995) 267 [arXiv:hep-ph/9405296].
- [13] H. Athar, M. Jezabek and O. Yasuda, Phys. Rev. D **62** (2000) 103007 [arXiv:hep-ph/0005104].
- [14] J. F. Beacom, N. F. Bell, D. Hooper, S. Pakvasa and T. J. Weiler, Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 181301 [arXiv:hep-ph/0211305].
- [15] J. F. Beacom, N. F. Bell, D. Hooper, J. G. Learned, S. Pakvasa and T. J. Weiler, Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 011101 [arXiv:hep-ph/0307151].
- [16] T. Kashti and E. Waxman, Phys. Rev. Lett. **95**, 181101 (2005) [arXiv:astro-ph/0507599].
- [17] K. Kimura, A. Takamura and H. Yokomakura, Phys. Lett. B **537** (2002) 86 [arXiv:hep-ph/0203099].
- [18] O. Yasuda, Acta Phys. Polon. B **30** (1999) 3089 [arXiv:hep-ph/9910428].
- [19] V. A. Naumov, Sov. Phys. JETP **74** (1992) 1 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **101** (1992) 3].
- [20] W. Grimus and T. Scharnagl, Mod. Phys. Lett. A **8** (1993) 1943.
- [21] 例えば J.N. Bahcall, R. Davis, Jr., P. Parker, A. Smirnov, R. Ulrich eds., *SOLAR NEUTRINOS: the first thirty years*, Reading, Mass., Addison-Wesley, 1994.
- [22] 例えば T.-P. Cheng and L.-F. Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Clarendon Press, 1984.