

The spectrum of gravitational waves in Randall-Sundrum braneworld cosmology



小林 努

(京都大学 天体核研究室)

+ 田中貴浩

[hep-th/0511186](#)

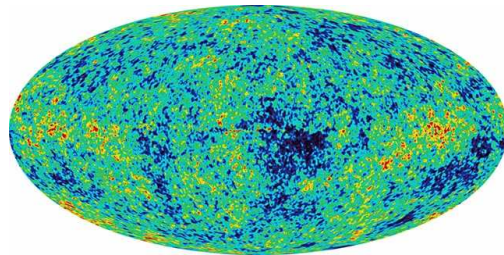
Inflationary gravitational wave background



- インフレーション → 場の量子ゆらぎ → large-scale structure observed today

- CMB anisotropy

- インフラトンの量子ゆらぎ



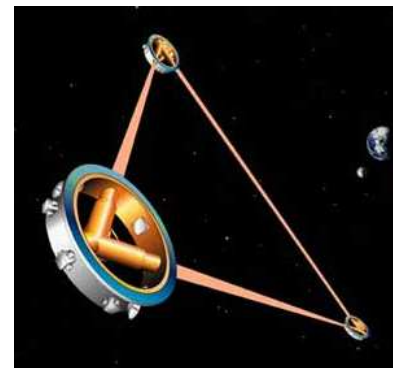
<http://map.gsfc.nasa.gov/>

- 初期宇宙の情報を引き出すことができる

- 様々なインフレーションモデル
- 余剰次元シナリオ (ブレーンワールド)

- Gravitational wave background

- Gravitonの量子ゆらぎ



<http://lisa.jpl.nasa.gov/>

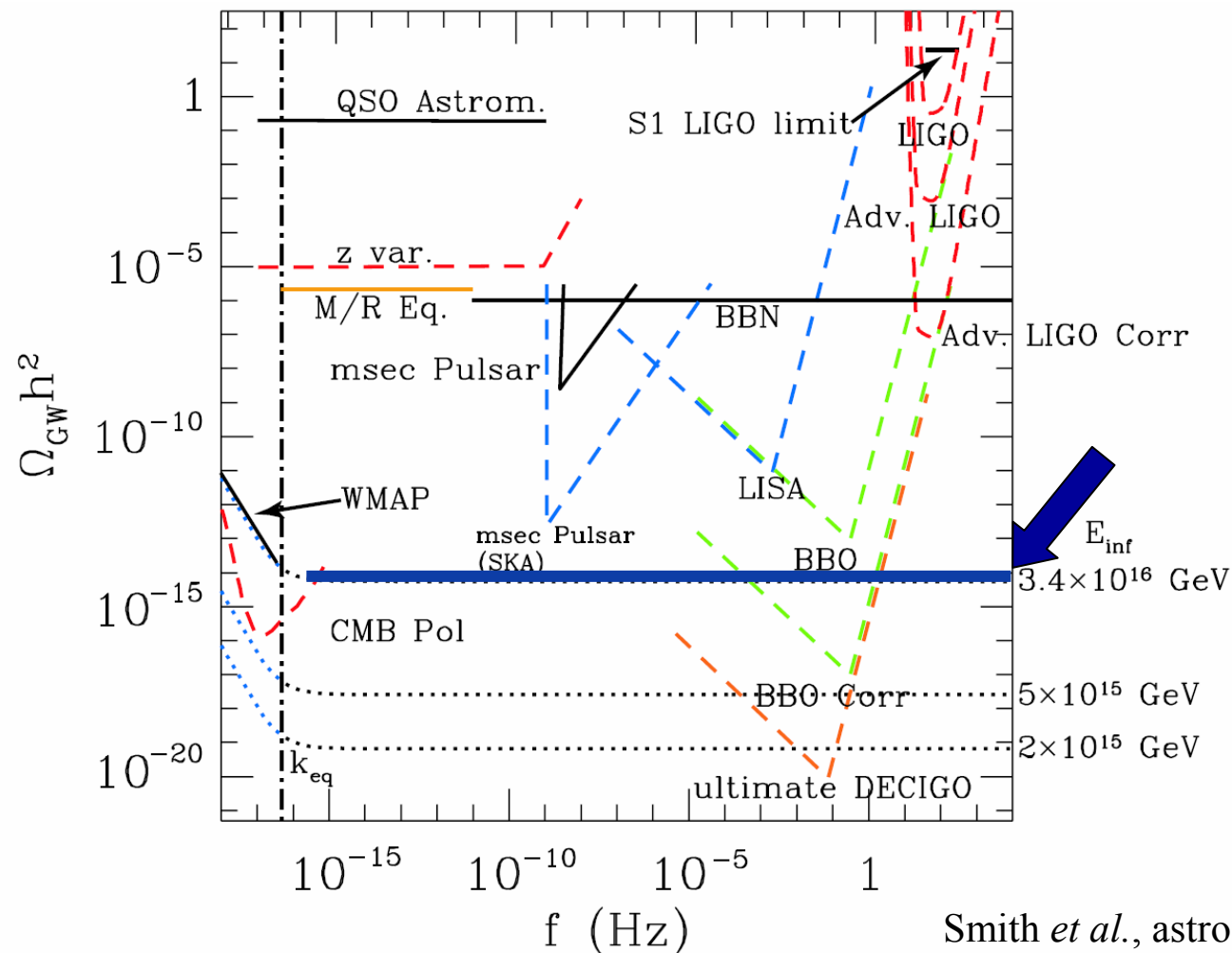
<http://tamago.mtk.nao.ac.jp/>



in standard 4D universe...(1)



■ Ω_{GW} versus frequency



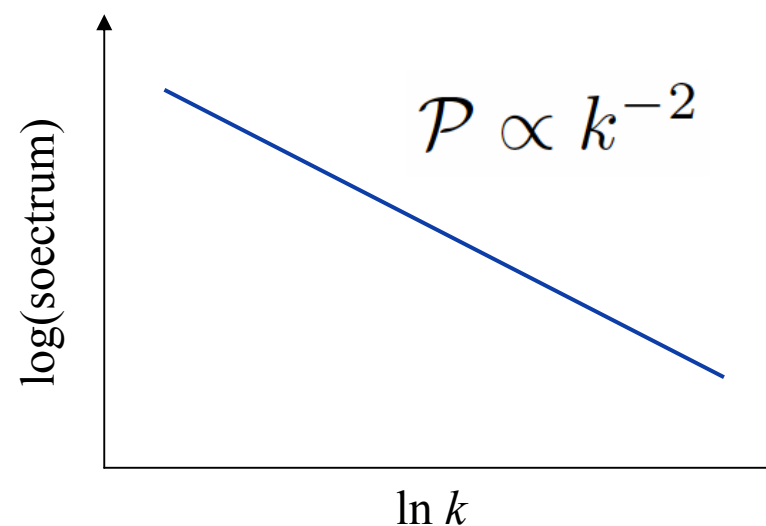
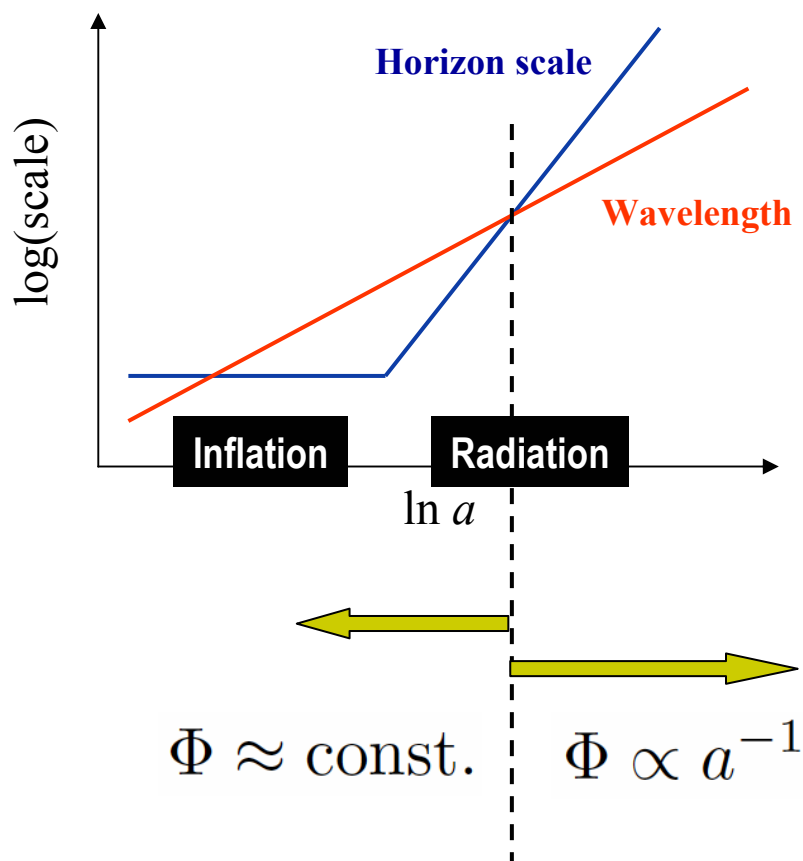
in standard 4D universe...(2)



- 4Dでは、重力波のスペクトルを計算するのは簡単

Maggiore, Phys. Rept. 331 (2000)

$$H^2 \propto \rho_r \propto a^{-4}, \quad (\partial_\eta^2 + 2aH\partial_\eta + k^2) \Phi = 0$$



(注) $\Omega_{\text{GW}} \sim k^2 \times (\text{振幅})^2$
 $= k^2 \times P$

Basic idea of *braneworld*



- 5次元時空(“バルク”)の中に4次元の“ブレーン”

- 通常の物質 → ブレーン上に束縛
- 重力 → 余剰次元も伝播

- 短距離の重力への実験からの制限は、ゆるい

- ニュートン則 → 0.1 mm 程度



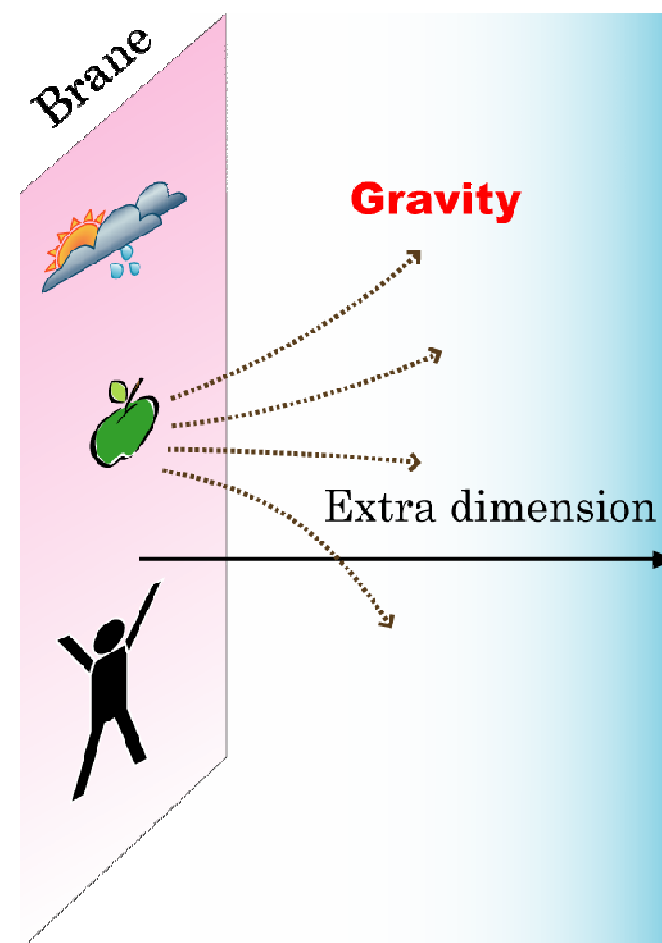
$$\ell \lesssim 0.1 \text{ mm}$$

「大きい」余剰次元もOK!

- **Randall-Sundrum braneworld** (Randall + Sundrum, '99)

- 余剰次元はコンパクトでない
- 余剰次元が曲率半径 ℓ で曲がることにより、長距離で4次元重力を再現 (anti-de Sitter時空)

$$ds^2 = \frac{\ell^2}{z^2}(-dt^2 + \delta_{ij} dx^i dx^j + dz^2),$$



Is it observationally relevant ?



- ホライズンスケール ~ 余剰次元のスケール
の頃にブレーンワールド特有の痕跡が残されたとする

$$H_*^{-1} \sim \ell$$

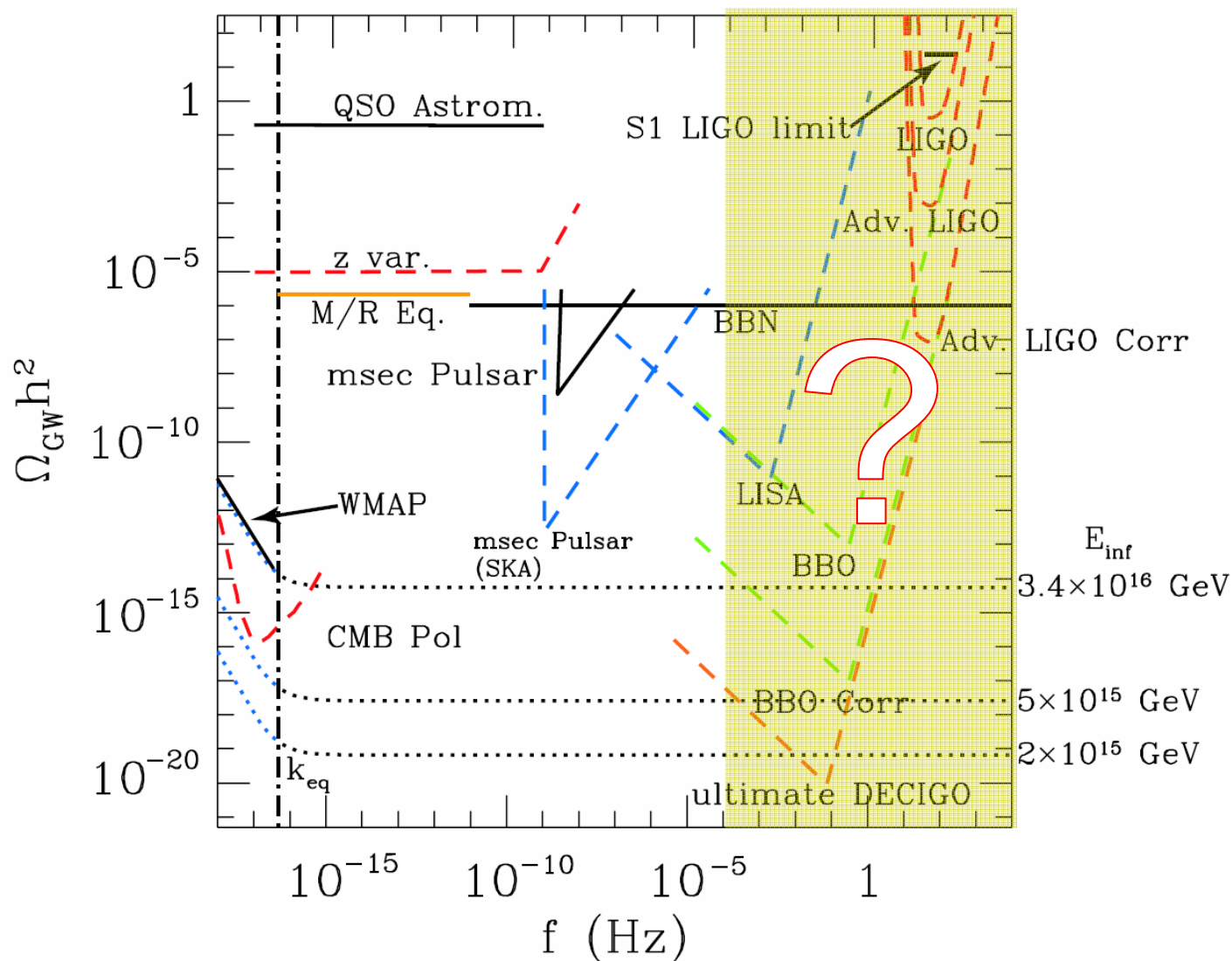
- そのぐらいの波長が、宇宙膨張で伸ばされる

$$f_0 = H_* a_* / a_0$$

$$+ \begin{cases} H_*^2 \sim T_*^4 / M_{\text{Pl}}^2 \\ a_* T_* = a_0 T_0 \end{cases}$$

→ $f_0 \sim 10^{-4} \text{ Hz} \times \left(\frac{\ell}{1 \text{ mm}} \right)^{-1/2}$

What will happen ????



Three possible changes in braneworld



- 低エネルギー期にhorizon re-entryするモード $(\ell H \ll 1)$
 - 重力はほぼ4Dの一般相対論 \rightarrow なにも起こらない [TK + Tanaka, '04]

- 高エネルギー期にhorizon re-entryするモード $(\ell H \gg 1)$

- (1) **Enhancement**: Friedmann方程式の変更による効果

- (2) **Damping**: Kaluza-Klein(KK)モードの励起

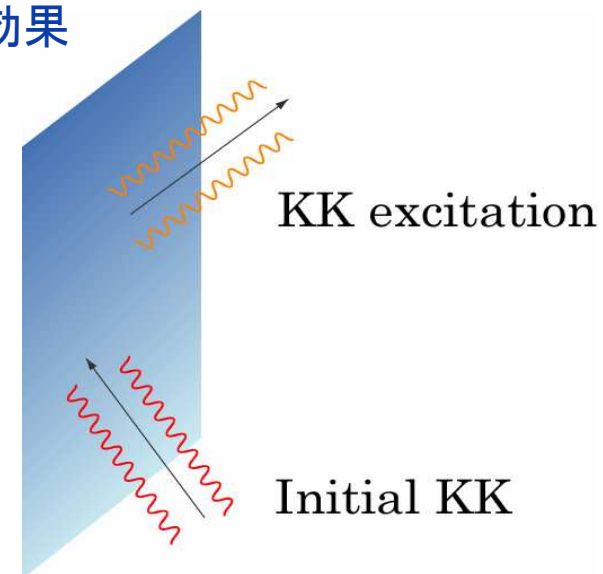
- Classical evolution

[Hiramatsu *et al.*, Ichiki + Nakamura]

- (3) **Enhancement**: KKモードの初期量子ゆらぎ

- Quantum-mechanical generation

[TK + Tanaka, '05]



Setup of the problem

- Background: $ds^2 = \frac{\ell^2}{z^2}(-dt^2 + \delta_{ij}dx^i dx^j + dz^2),$

- 宇宙論的解 = anti-de Sitter時空をブレーンが動く
- Inflation \rightarrow radiation (\rightarrow Minkowski)

$$H^2 = \frac{\rho_r}{3M_{\text{Pl}}^2} \left(1 + \frac{\rho_r}{2\sigma} \right)$$

- Gravitational wave perturbations

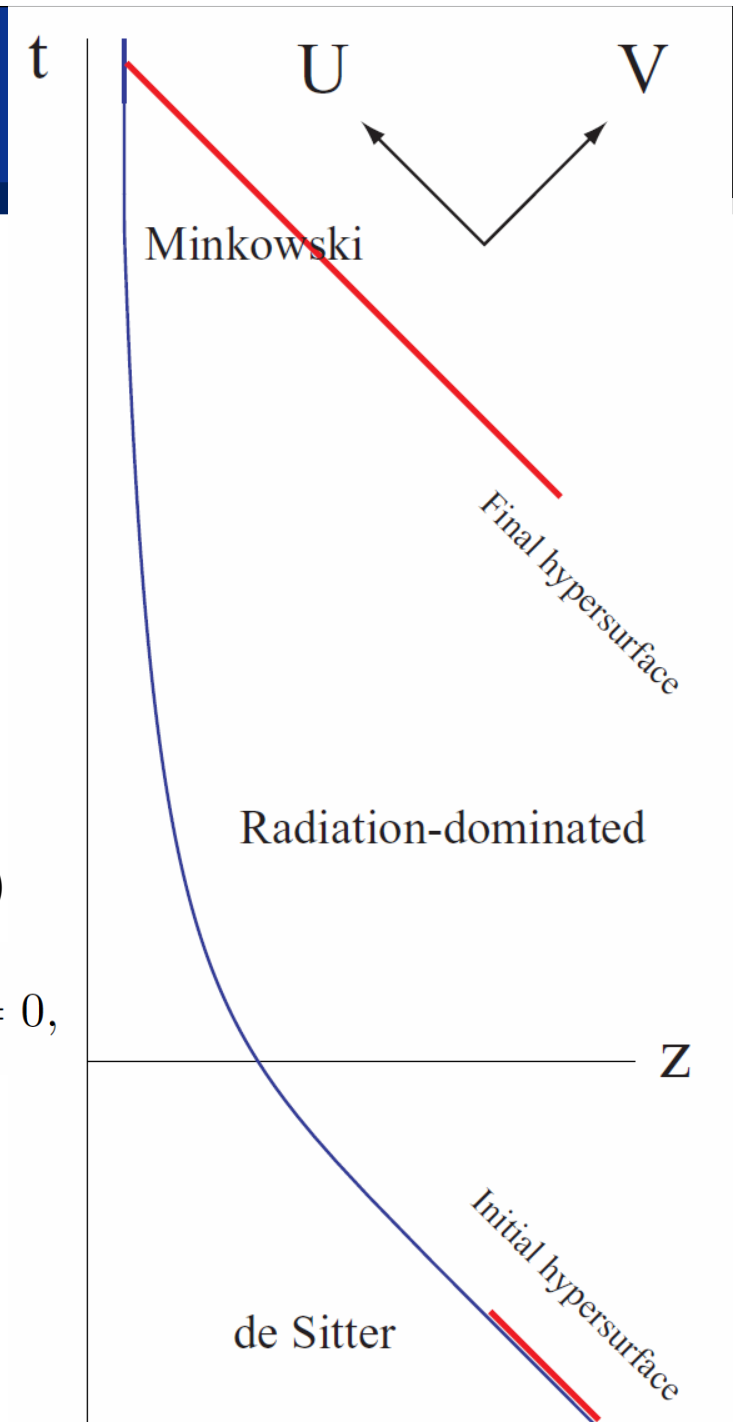
- EOM (2変数の偏微分方程式 c.f. 4Dでは常微分)

$$\left[4\partial_U \partial_V + \frac{6}{q(V) - U} (\partial_V - q'(V) \partial_U) + q'(V) k^2 \right] \phi = 0,$$

- Boundary condition at the brane

- **Neumann**

数值的に解く



Generation and evolution of perturbations



- ゆらぎは量子論的に生成

- Initial (de Sitter Inflation):

vacuum state: $\hat{a}_0|0\rangle = \hat{a}_\nu|0\rangle = 0$.

$$\phi = \hat{a}_0\phi_0 + \hat{a}_0^\dagger\phi_0^* + \int_0^\infty d\nu (\hat{a}_\nu\phi_\nu + \hat{a}_\nu^\dagger\phi_\nu^*)$$

- Final (Low energy ~ Minkowski):

$$\phi = \hat{A}_0\varphi_0 + \hat{A}_0^\dagger\varphi_0^* + \int_0^\infty dm (\hat{A}_m\varphi_m + \hat{A}_m^\dagger\varphi_m^*)$$

zero mode

KK modes

- Finalのゼロモードの振幅を計算 $\propto N_f := \langle 0|\hat{A}_0^\dagger\hat{A}_0|0\rangle$

$$\Rightarrow \mathcal{P} = \mathcal{P}_0 + \mathcal{P}_{\text{KK}},$$

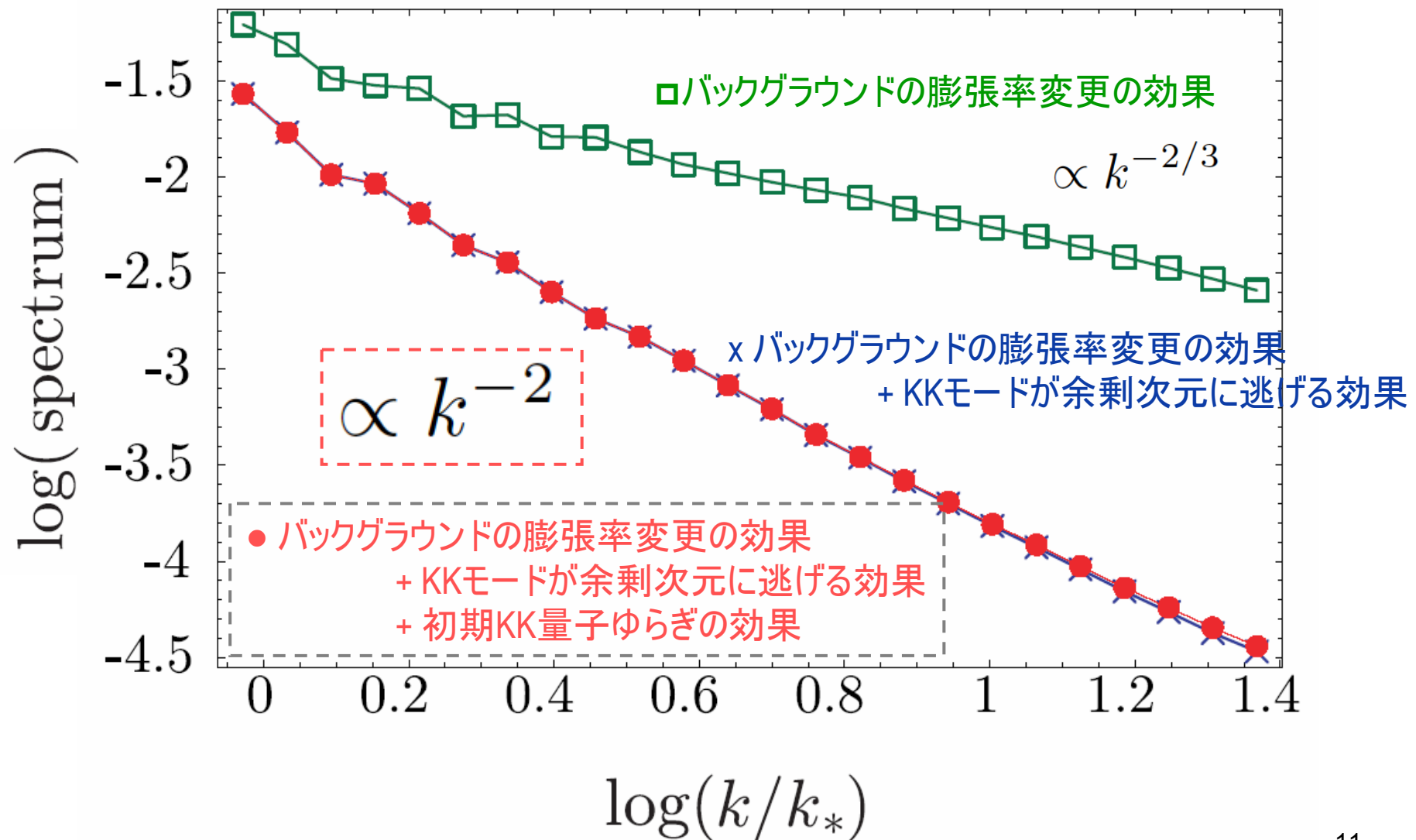
Mode mixing

初期ゼロモードの寄与

初期KKモードの寄与

- Formulationの詳細は、TK + Tanaka, hep-th/0505065

Numerical result



Conclusions



- Randall-Sundrumブレーンワールドにおける背景重力波のスペクトラム
- 余剰次元があることによる、3つの効果

- バックグラウンドのFriedmann方程式の変更
- KKモードの励起によるdamping
- 初期のKKモード量子ゆらぎ



Dominantな効果
しかし、釣り合ってほとんどキャンセル

10%以下の寄与しかない



4Dのときと同じスペクトラムの傾き

$$\mathcal{P} = A \left(\frac{k}{k_0} \right)^n, \quad n \simeq -2.$$

- 観測に対する予言という意味では残念な結果。。。 (おそらくaccidental)
- しかし、ここでのformulationは密度ゆらぎの生成・進化にも拡張できるだろう
→ CMB anisotropyの計算