Gravothermal Catastrophe and Generalized Entropy of Self-Gravitating Systems

樽家 篤史 [1], 阪上 雅昭 [2]

[1] 東京大学大学院理学系研究科附属ビッグバン宇宙国際研究センター
[2] 京都大学総合人間学部基礎科学科

長距離相互作用系の典型でもある重力多体系で、熱・統計力学的アプローチが有用になるただ一つの成功例が、球状星団に代表される長時間進化の記述である。興味深いことに、こうした系では、“負の比熱” のせいで、進化の最終状態である熱平衡状態が必ずしも安定でなくなり、重力熱的破局 (gravothermal catastrophe) と呼ばれる熱的不安定性を引き起こす。そのため、系は有限時間で core-collapse してしまう。

自己重力系の熱的安定性について最初に言及したのは、おそらく、Antonov(1962) と Lynden-Bell & Wood (1968) である。彼らは、半径 r_e の断熱壁で囲まれた自己重力系という、ある種理想化された系の平衡状態とその安定性について調べた。彼らの解析のエッセンスは、Boltzmann-Gibbs エントロピー $S_{\rm BG}$ に基づくエントロピー極大原理にある：

$$S_{\rm BG} = -\int d^3\boldsymbol{x}d^3\boldsymbol{v}\ f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{v})\ln f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{v})$$

ここで、$f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{v})$ は一粒子分布関数を表す。このエントロピーを用いて、まず、質量・エネルギー一定のもとでのエントロピーの 1 次変分、 即ち $\delta[S_{\rm BG}-\alpha M-\beta E]=0$ から、平衡状態が求まる。熱力学的安定性は、平衡状態周りの 2 次変分 $\delta^2 S_{\rm BG}$ の符号を調べることでわかる。Boltzmann-Gibbs エントロピーの場合、平衡状態（エントロピーが極値となる状態）は、等温分布になり、熱的不安定性は密度比 $\rho_c/\rho_e=709$ を越える平衡形状に現れる。

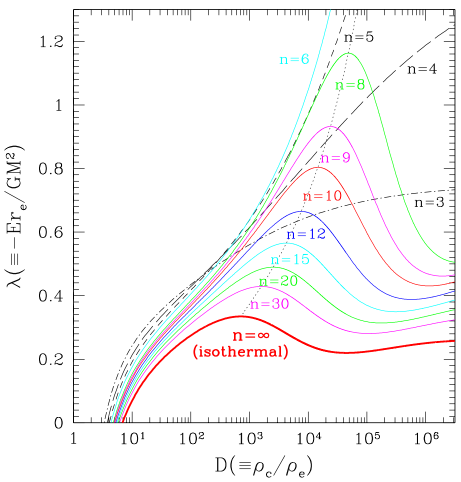

図 1: 恒星ポリトロープのエネルギー-密度比関係。点線は、安定・不安定をわける境界を表す。

こうした解析は、実は、エントロピーを変えても同様にできる。最近、我々は、加法性を破るエントロピーとして導入された Tsallis エントロピーに対し、上の解析を試みた [1]：

$$S_q = -\frac{1}{1-q}\int d^3x d^3v\ [\{f(x,v)\}^q - f(x,v)]$$

Tsallis エントロピーを用いると、エントロピーの 1 次変分からは、**恒星ポリトロープ分布**がエントロピー極値状態として得られる。恒星ポリトロープの存在領域は、図 1 に記されている。図 1 は、無次元エネルギー $\lambda=-r_eE/GM^2$ と密度比 $D=\rho_c/\rho_e$ の平面上における恒星ポリトロープの解軌道を、ポリトロープ指数 “n” ごとに描いている。エントロピーの 2 次変分から求まる安定性の臨界条件は、図 1 の点線で表されている。もちろん、こうした分布が、真の熱平衡状態を表しているわけではなく、何らかの意味を持つとすれば、非平衡進化過程で実現される準定常状態と予想される。この予想が正しいか確かめるため、我々は N 体シミュレーションを行っているが、ごく最近、そうした事実を示唆する結果が得られている [2]。

Refs.

[1] A. Taruya & M. Sakagami, Physica A **307**, 185 (2000); *ibid.* **318**, 387 (2003); *ibid.* (2003) in press(cond-mat/0211305).

[2] A. Taruya & M. Sakagami, Phys.Rev.Lett. (2003) submitted.