銀河の分布は非相加な統計に従うか？

中道　晶香（県立ぐんま天文台)、森川　雅博（お茶大・理）

§1.　Introduction

長距離引力の自己重力系は本質的に非相加な系であるし、分布関数が長くテイルを引くことも特徴である。本発表ではこの２つの性質に着目し、自己重力系を正しく記述する統計力学の理論を探すため、４種類の理論を設定し、それぞれ CfAII South の銀河分布の観測結果と比較する。

	相加性	分布関数のテイル	パラメーター（その数）
ボルツマン統計	有	短	b (1)
フラクタル	無	短	α (1)
Rényi 統計	有	長	q, (s) (1)
Tsallis 統計	無	長	q, s (2)

§2. 様々な統計理論モデル

2.1　ボルツマン統計

力学平衡からのずれを表すパラメーターｂを導入し、カウント・イン・セル法でボイド確率を求めると $f(0)=e^{-N(1-b)}$となる　　銀河が N 個存在する確率も計算し、観測と比較するが、理論と観測とは合わない。

2.2　空間的フラクタル（ボルツマン統計）

力学平衡を保ちながら、ボルツマン統計のまま、空間のフラクタル次元をαとした場合である。$f(0) = \exp[-\pi^{\frac{\alpha}{2}}\ r^{\alpha} \frac{1}{\Gamma(\frac{\alpha}{2}+1)}].$　この場合も、理論と観測とは合わない。

2.3　Rényi 統計

分布関数のテイルが長いことが特徴： $p_{N,E} = \left\{1-\frac{1-q}{T}\left(E-\bar{E}-\mu\left(N-\bar{N}\right)\right)\right\}^{\frac{1}{1-q}}.$

ボイド確率 $f(0) = \{1+(1-q)Ns\}^{-1}$. 高次の存在確率も、観測とわりによく合う。

2.4　Tsallis 統計

分布関数は Rényi と似ていてテイルが長い： $p_{N,E} = \frac{1}{\Xi_q}\left\{1-\frac{1-q}{\tilde{T}}\left(E-\bar{E}-\mu\left(N-\bar{N}\right)\right)\right\}^{\frac{1}{1-q}}.$

しかし、エントロピーの非相加性が異なる： $S_{A+B} = S_A + S_B + (1-q)S_A S_B.$

ボイド確率 $f(0) = \{1+(1-q)s\}^{\frac{-N}{1-q}}[1+N\ln\{1+(1-q)s\}]^{\frac{q}{1-q}}.$　は観測とよく合う。高次の存在確率は、Rényi 統計の場合ほどではないが、ある程度合う。

§3. 赤池情報量(AIC)によるモデルの比較

パラメータの数がモデルにより異なるので AIC を用いて比較した結果、ボイドの場合は Tsallis 統計が最適だが、高次の場合は Rényi 統計が最適で、Tsallis 統計が次ぐ。

§4. 結論

銀河分布を記述するには、Rényi 統計や Tsallis 統計のような長いテイルを持つ分布関数が選ばれる。また、Rényi と Tsallis のように分布関数が同じ形でも、ボイド確率の中にエントロピーが含まれるので、相加 or 非相加性から原理的に各理論を区別できる。