

博士論文：重力崩壊における自己相似仮説の検証

前田秀基 (早稲田大学大学院理工学研究科)

重力の大きな特徴の一つは、そのスケール不変性である。そのため場の方程式には自己相似解と呼ばれるスケール変換に対して不変な解が存在する。自己相似解は重力場の方程式の特殊な解であるが、球対称の系においてはこれまでに漸近的に解が自己相似解に近づくことがいくつか報告されている。現在、「宇宙の様々な構造は初期には複雑でも自然に自己相似な形へ成長するだろう」という「自己相似仮説」が Carr らによって提唱されている。自己相似仮説の検証は重力の基礎的な性質の理解において非常に重要であり、これまでも精力的に調べられてきたものの、この自己相似仮説が成り立つ前提条件は未だ明らかではない。

ニュートン重力においては、星形成につながる原始ガスの現実的な崩壊を表す解を知るために自己相似解の研究が行われてきた。等温ガスの球対称重力崩壊を表す自己相似解として、Larson-Penston 解 (LP 解) や Hunter 解と呼ばれる一連の解が知られている。これまでの研究で、LP 解がアトラクター解であるという証拠がいくつか挙げられているものの、Hunter 解の一部は解析が行われておらず、安定性解析は未だ完結してはいない。また LP 解をポリトロップガスの場合に拡張した解 (PLP 解) も知られており、現実的なポリトロップガスの崩壊を記述すると期待されている。

一方、一般相対論における重力崩壊を表す自己相似解には裸の特異点を含むものが存在することから、「一般的な初期条件から裸の特異点は形成されないだろう」という「宇宙検閲官仮説」の観点からも重要である。 $p = k\mu$ (p は圧力、 μ はエネルギー密度) を満たす完全流体の球対称重力崩壊において、Ori と Piran によって、ニュートン重力における LP 解に対応する解 (GRLP 解) が $0 < k \lesssim 0.036$ において発見された。この解は $0 < k \lesssim 0.0105$ で裸の特異点を含み、宇宙検閲官仮説の反例となる可能性があるものの、その安定性解析はまだなされていない。また自己相似解は重力崩壊における臨界現象においても重要である。臨界現象は、1 パラメータで特徴付けられた初期条件をブラックホール形成の境界値付近に微調整すると起こり、そのとき解はいったん臨界解と呼ばれる自己相似解に近づき、その後離れてブラックホールを形成するか、平坦な時空を後に残す。さらに崩壊後に形成されるブラックホールの質量が臨界現象特有のスケールリング則を満たす、というものである。その後の繰り込み群を用いた解析で、ブラックホール形成の境界値上に存在する臨界解は、不安定モードをただ一つだけ持つ自己相似解であるということがわかり、またスケールリング則に現れる冪の値はこの不安定モードの固有値の逆数であることもわかった。

一般相対論における自己相似性は 1971 年に Cahill と Taub によって定式化された。この自己相似性は第一種と呼ばれ、1989 年に Carter と Henriksen によって運動学的自己相似性へと一般化された。圧力がエネルギー密度のみに依存する完全流体の場合、状態方程式が $p = k\mu$ の場合にのみ第一種自己相似解が存在することが知られている。GRLP 解は第一種自己相似解である。運動学的自己相似性には第二種、第ゼロ種、無限大種と異なるクラスがあり、自己相似変数の形から、ニュートン重力におけるポリトロップガスの場合の自己相似性に自然に対応するのは第二種自己相似性である。

本論文では重力崩壊における自己相似仮説の検証を行うことを目的に、ニュートン重力及び一般相対論における自己相似解の系統的な解析を球対称な系で行い、自己相似解の役割を明確にした。

第三章では、 $p = k\mu$ を満たす完全流体の一般相対論的球対称重力崩壊を表す第一種自己相似解の安定性を、 $0 < k \lesssim 0.03$ においてモード解析と数値シミュレーションの両方を用いて解析する。この系には GRLP 解が存在し、解析の結果、この解がアトラクターであることがわかった。この結果は自己相似仮説の一般相対論的球対称重力崩壊における強い証拠を与える。また、 $0 < k \lesssim 0.0105$ において宇宙検閲官仮説の強力な反例をも与える。[1]

第四章では、ニュートンの球対称等温ガス重力崩壊を表す様々な自己相似解の球対称線形摂動に対する安定性をモード解析により調べる。その結果 Hunter 解たちは全て不安定、また LP 解と一樣崩壊解は不安定モードを持たないことを示した。また Hunter(A) 解は不安定モードを一つだけ持ち、この解が球対称重力崩壊における、これまで一般相対論でのみ解析されてきた臨界現象に関する臨界解である事を示した。さらにその不安定モードの固有値の値から、臨界現象におけるスケールリング則の冪の値を見積もった。[2]

第五章では、相対論的ポリトロップガスを源とする運動学的自己相似解を分類する。ポリトロップガスのニュートンの球対称崩壊では PLP 解が存在することから、一般相対論においても GRLP 解を一般化した解が存在し、重要な役割を果たすと期待される。そこで我々は、相対論的ポリトロップガスの重力崩壊を表す自己相似解を導出することを目的として、相対論的ポリトロップ状態方程式を仮定し、球対称完全流体運動学的自己相似解を分類した。少数の例外を除いて場の方程式は解析的に解くことができ、その結果、ニュートン重力におけるポリトロップガスの場合に自然に対応する第二種自己相似解の場合、解は真空解に限られることを示した。これはニュートン重力の場合と著しく異なる結果である。また $p = -\mu$ の場合に、一つの新しい厳密解を発見した。[3]

参考文献

- [1] T. Harada and H. Maeda, Phys. Rev. D **63**, 084022 (2001).
- [2] H. Maeda and T. Harada, Phys. Rev. D **64**, 124024 (2001).
- [3] H. Maeda, T. Harada, H. Iguchi and N. Okuyama, Phys. Rev. D **66**, 027501 (2002); Prog. Theor. Phys. **108**, 819 (2002).