

# 流体力学 (格子法)

## 宇宙気体力学への応用

松田卓也

神戸大学・理学部・地球惑星科学科

理論天文学懇談会シンポジウム

於 国立天文台

2002年12月24-26日

# 目次

- 宇宙気体力学
- 数値計算法の歴史と現状
- 近接連星系内のガスの流れ
  - 降着円盤
  - 恒星気象学

# 宇宙気体力学

- 宇宙はほとんどガス(気体)
  - 中性ガス
  - プラズマ・・・磁場
- 時間依存性
  - 静的
    - 恒星の内部構造論
  - 定常
    - 降着円盤、星風
  - 動的
    - 爆発

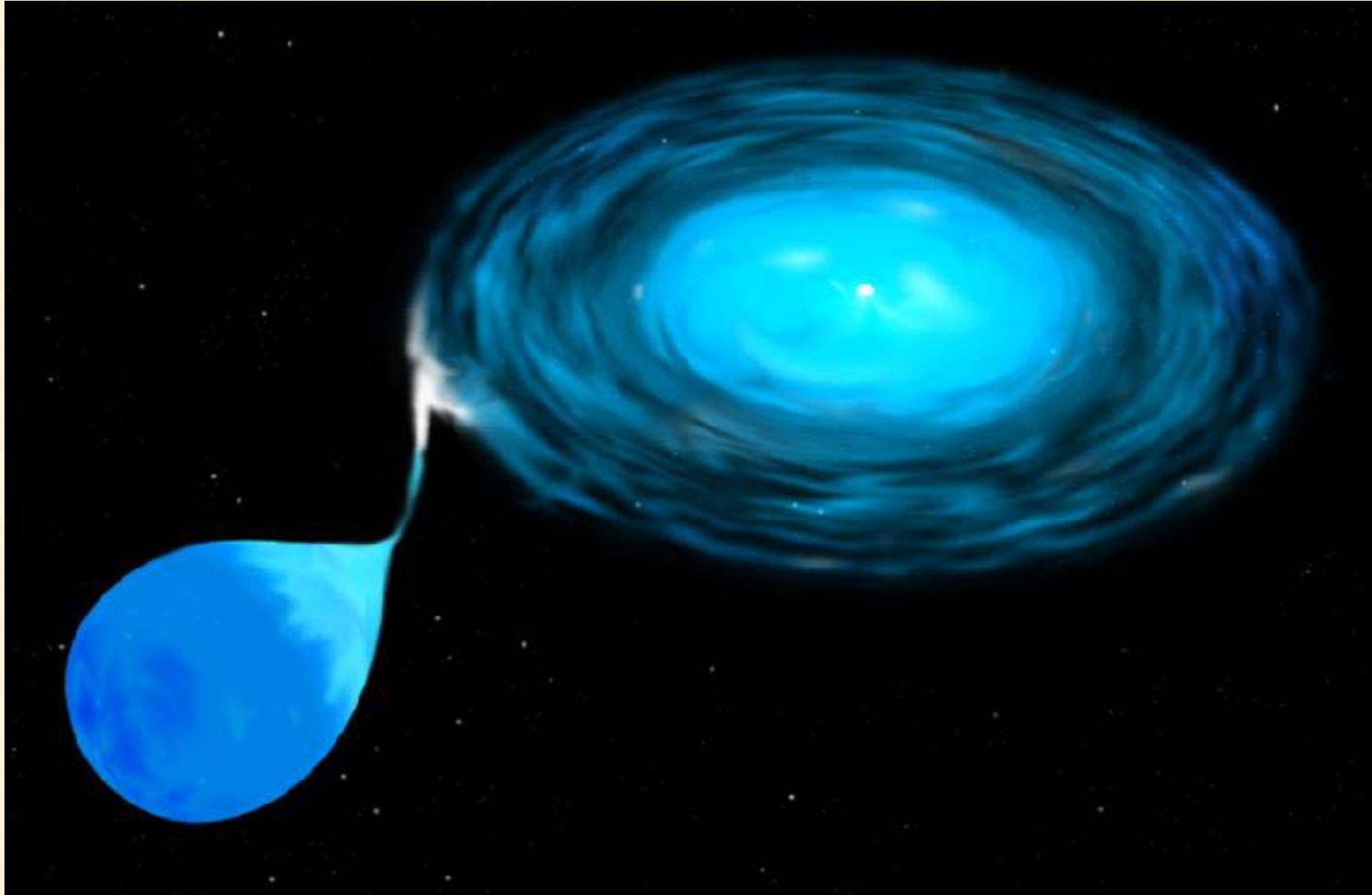
# 近接連星系内のガス流

- 降着円盤
  - 解析的モデル
    - アルファ円盤モデル
    - ADAF
  - 数値シミュレーション
- 星風降着
  - 解析的モデル
    - Bondi-Hoyle-Lyttletonの理論
  - 数値シミュレーション

# 対象天体

- 降着円盤
  - 激変星 Cataclysmic variables
  - 新星 Novae
  - 小質量X線星 Low mass X-ray binaries
- 星風降着
  - 共生星 Symbiotic stars
  - 大質量X線星 High mass X-ray binaries

# 激変星の想像図



# 数値計算法の歴史と現状

A scenic view of a beach at sunset or sunrise. The sun is low on the horizon, creating a bright, shimmering path of light across the water and reflecting off the wet sand. The sky is filled with dramatic, dark clouds, and a mountain range is visible in the background under a twilight sky.

# 基礎方程式系

- Boltzmann方程式
  - 気体運動論
  - Chapman-Enskog展開
- Navier-Stokes方程式
  - 粘性あり
- Euler方程式
  - 粘性なし
  - 衝撃波、接触不連続面あり



# Euler方程式

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{G}}{\partial z} + \tilde{H} = 0$$

$$\tilde{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix} \quad \tilde{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e + p)u \end{pmatrix} \quad \tilde{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e + p)v \end{pmatrix} \quad \tilde{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (e + p)w \end{pmatrix}$$

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \kappa_x \\ \rho \kappa_y \\ \rho \kappa_z \\ \rho(u\kappa_x + v\kappa_y + w\kappa_z) \end{pmatrix}$$

$$e = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

# Euler方程式の性質

- 非粘性の圧縮性流体
- 双曲型方程式
  - 楕円型方程式
    - Poisson方程式
  - 放物型方程式
    - 熱伝導方程式
- 時間依存
- 非線形
- 衝撃波、接触不連続面などの不連続

# 保存系か非保存系か

- **保存系**
  - Rankine-Hugoniot条件をみたす
  - 衝撃波の位置が正確
- **非保存系**
  - 保存量の保存性を調べる

# 陽的解法と陰的解法

- 陽的解法
  - 右辺は既知量のみ
  - アルゴリズムが簡単
  - Courant条件で時間刻みが限定される
- 陰的解法
  - 右辺にも未知量
  - 行列の反転
  - Courant条件なし
    - しかし時間刻みの制限はある

# 数値計算法の歴史1

- Von Neumann & Richtmayer(1950)
  - 人工粘性
- Lax-Friedrichs法(1954)
  - 非常になめらか
- Lax-Wendroff法(1964)
  - 2次精度
  - Taylor展開に基づく方法
- MacCormack法(1969)
- Beam-Warming法(80年代)

# 数値計算法の歴史2

- 風上差分法
- Courant-Isaacson-Rees法(1952)
  - 1次精度
- Godunovの定理(1959)
  - 次の2つしか満足しない
    - 線形性
    - 単調性
    - 1次精度以上
- Euler方程式は非線形

# 数値計算法の歴史3

- 天文業界はガラパゴス島であった
  - 進化に取り残されて、独自に発展
  - 今はグローバルスタンダードの波が
- 天文業界3大手法
  - Total Variation Diminishing(TVD)
  - PPM
  - SPH

# 私のアルゴリズム遍歴

- 1次元ラグランジュ法+von Neuman人工粘性
- Lax-Wendroff法
- オイラー+ラグランジュ混合法
- Fluid in Cell法(1次精度)
- MacCormack法
- Beam-Warming法(隠的法)
- Osher法(風上差分、1次、2次、隠的、陽的)
- Van Leer Flux-Splitting(MHD)
- SFS法(嶋、城之内)



# 風上差分法

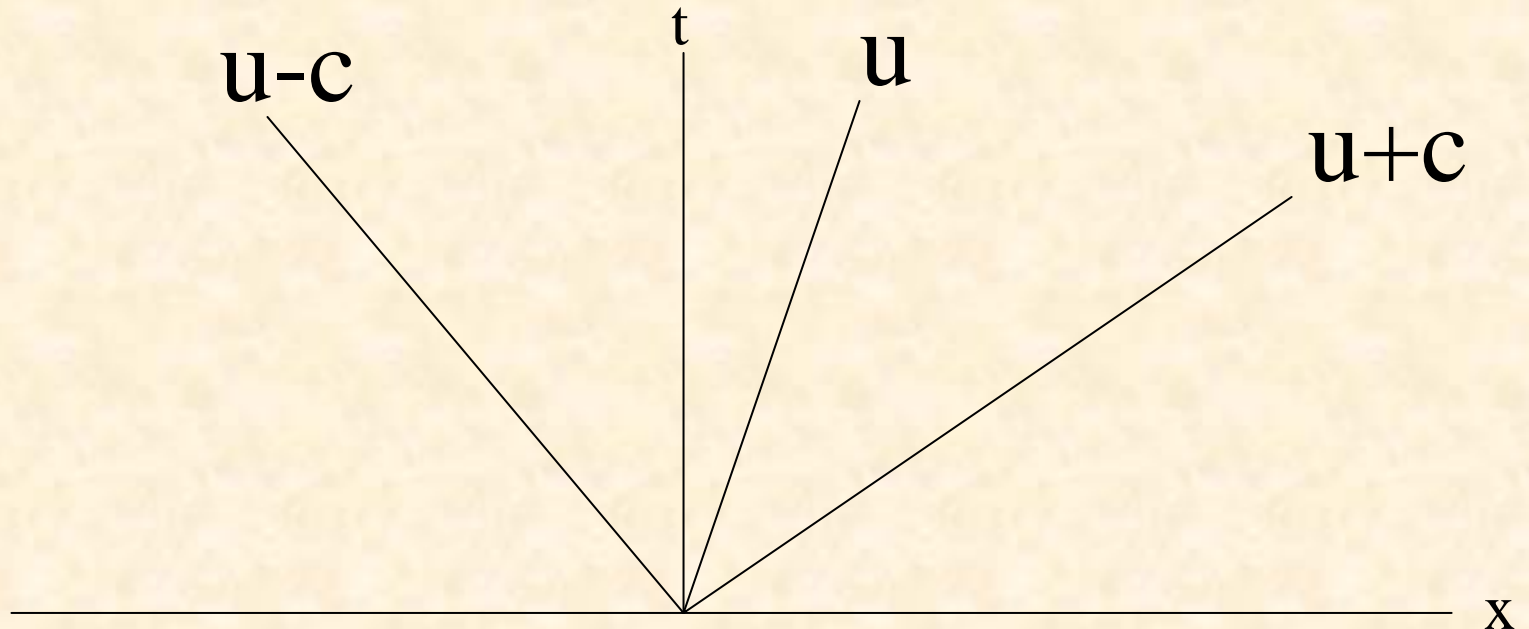
- セル境界でRiemann問題を解く
- Riemann問題の解法
  - 逐次近似で厳密に
    - Godunov法, PLM(2次近似), PPM(3次近似)
  - 近似解法
    - Osher & Solomon(1982)
    - Harten, Lax, van Leer(1983)
    - Roe(1986)

# 線形Riemann問題

少し高圧

少し低圧

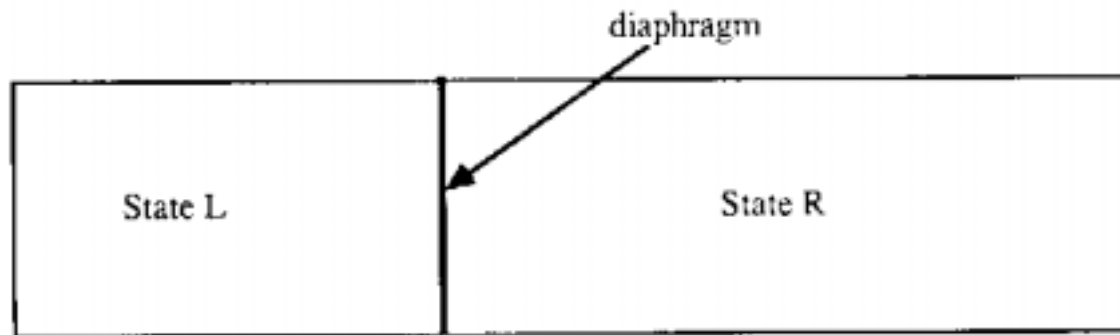
特性線



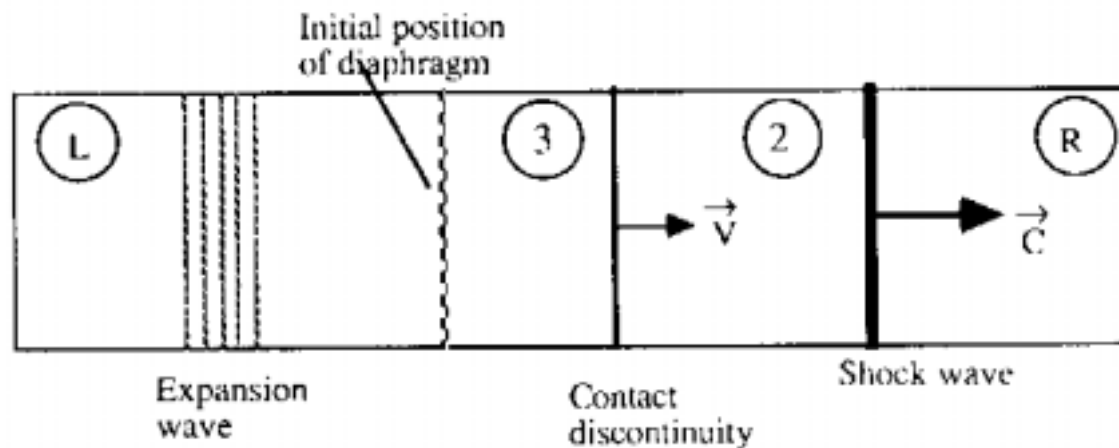
# 風上差分法

- セル境界でRiemann問題を解く
- Riemann問題の解法
  - 逐次近似で厳密に
    - Godunov法, PLM(2次近似), PPM(3次近似)
  - 近似解法
    - Osher & Solomon(1982)
    - Harten, Lax, van Leer(1983)
    - Roe(1986)

# Shock tube 問題



Initial state at  $t=0$



# Shock tube 問題の解

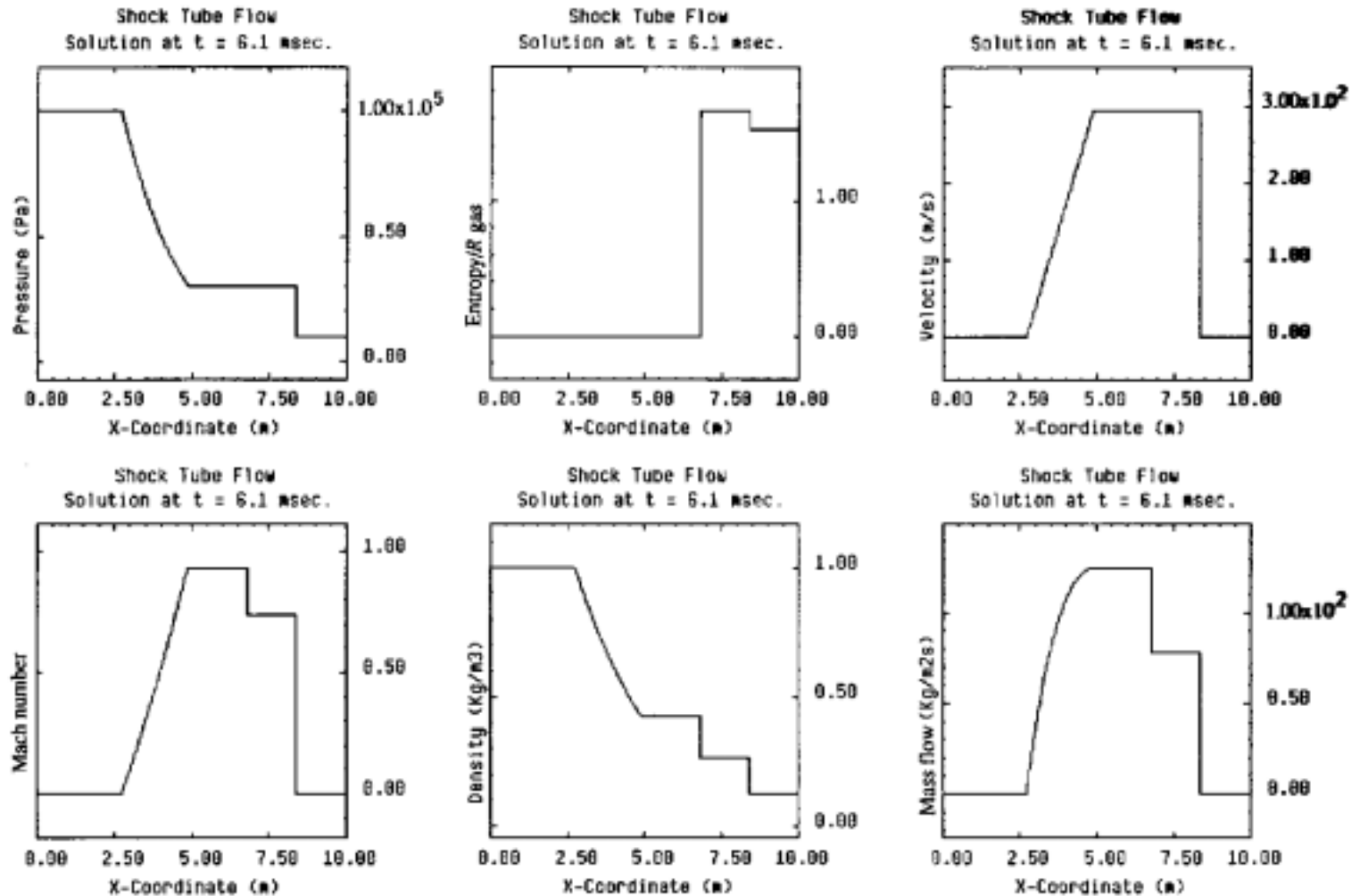


Figure 16.6.8 Variation of flow quantities in the shock tube—Riemann—problem for  $p_L = 10^5$ ;  $p_R = 1$ ;  $\rho_L = 10^4$ ;  $\rho_R = 0.125$ ;  $u_L = u_R = 0$

# 1次精度と2次精度

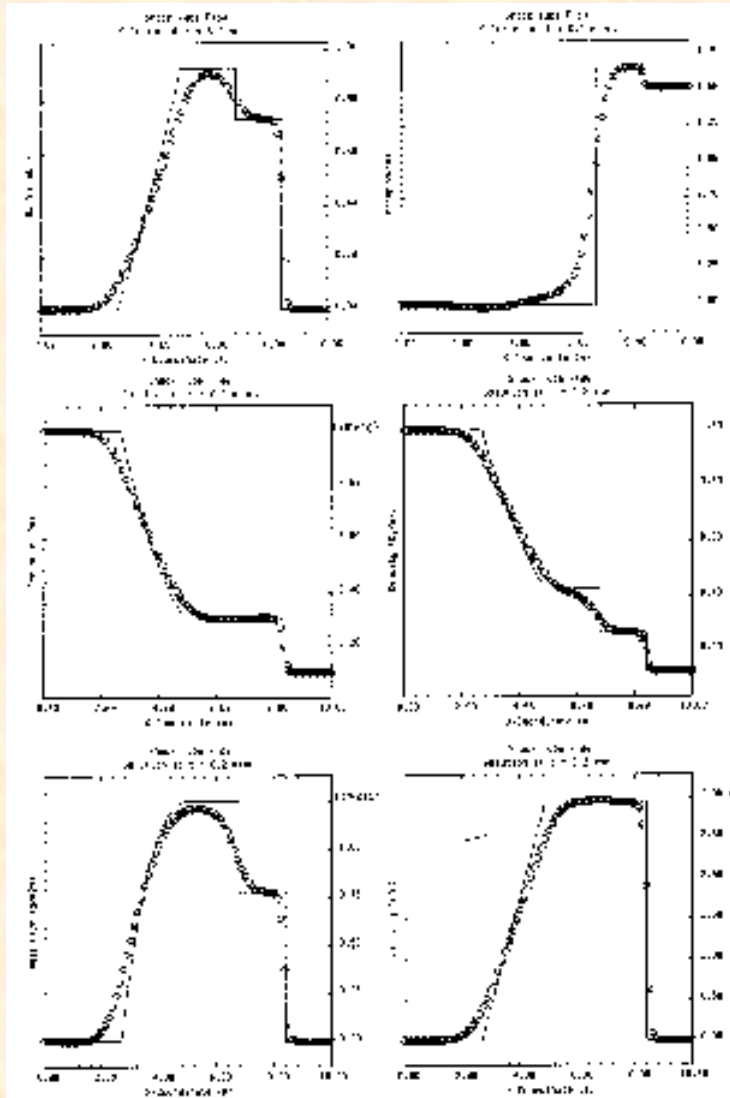


Figure 16.6 Comparison of the disk tube problem with a 2nd-order solution and the exact solution at various stages.

Beam-Warming

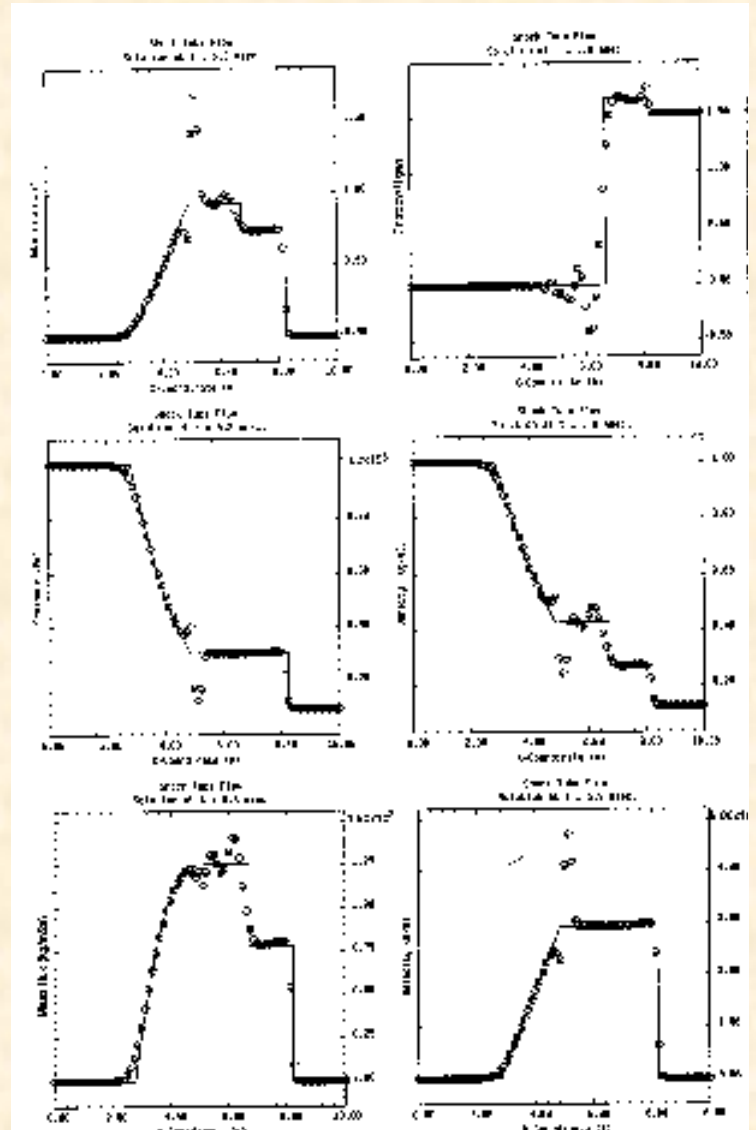


Figure 17.1 Results of MacCormack's scheme applied to the shock tube problem in Figure 16.6 with 50 mesh points at CFL=200 after 50 time steps. Quantities are  $\rho/\rho_0$  (left) and  $u/u_0$  (right).

MacCormack

# Van Leer & Roe

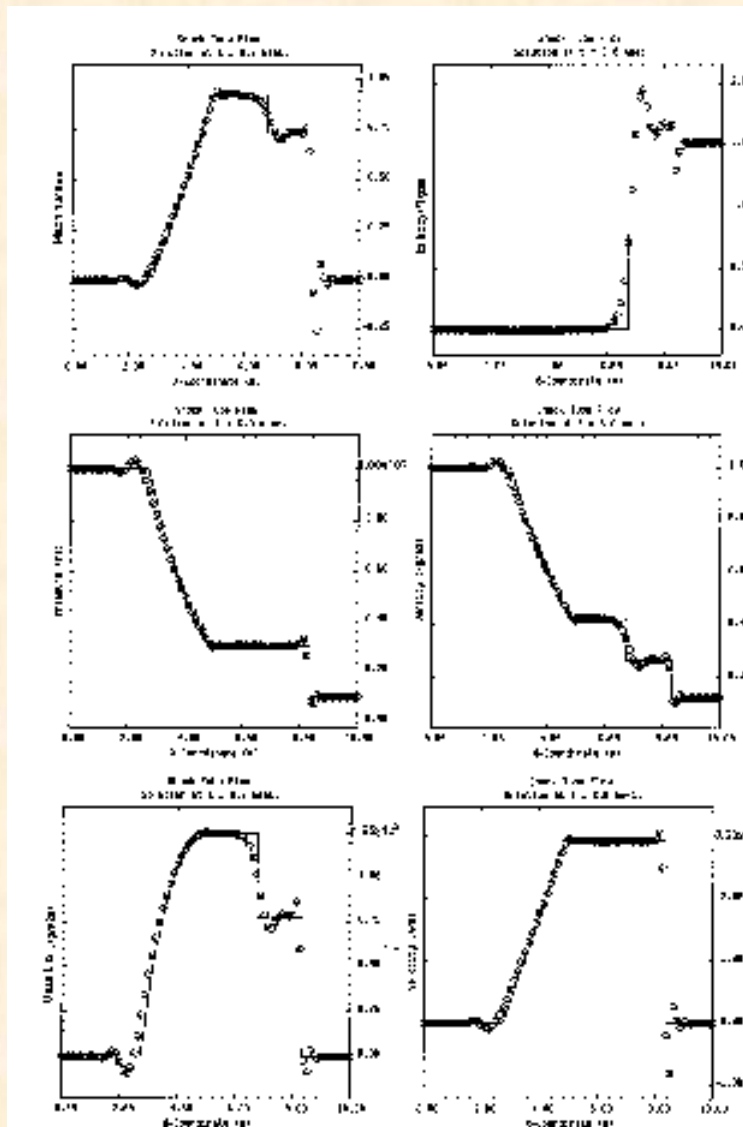


Figure 21.10 Shock tube profiles calculated with a second-order Van Leer flux splitting scheme.

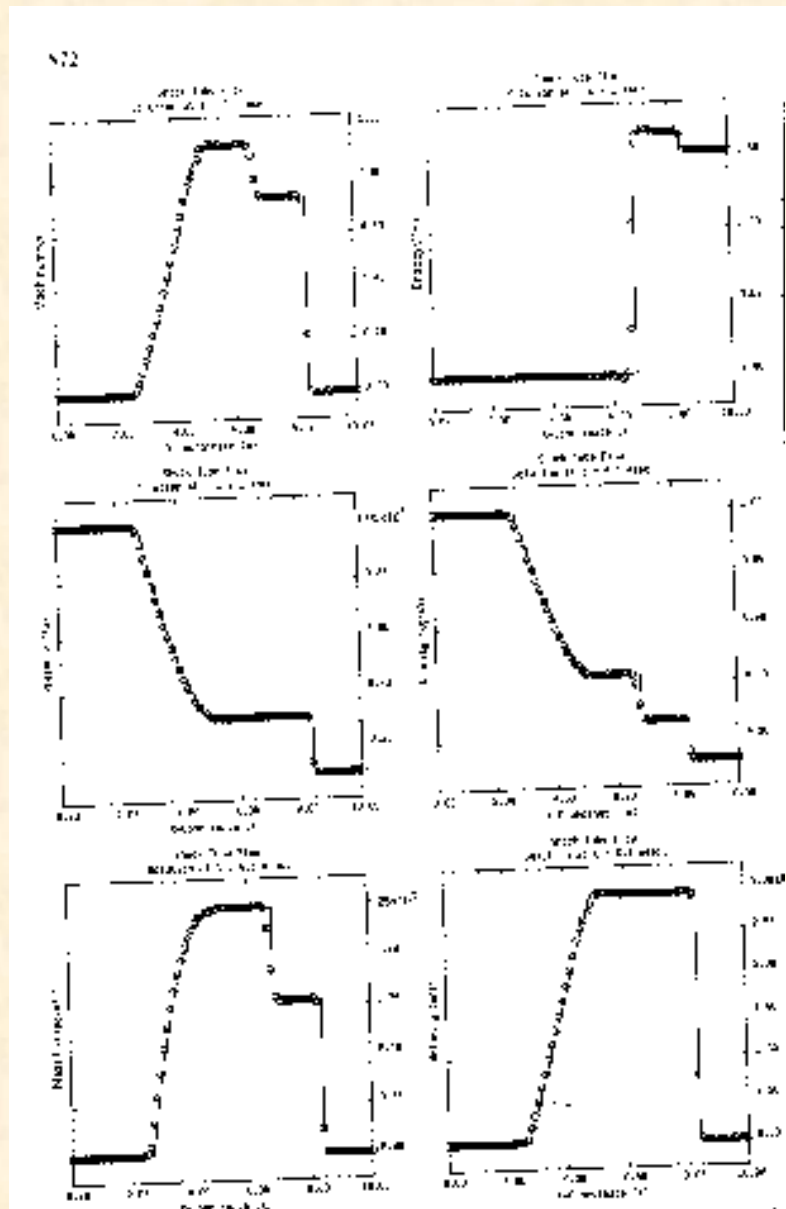
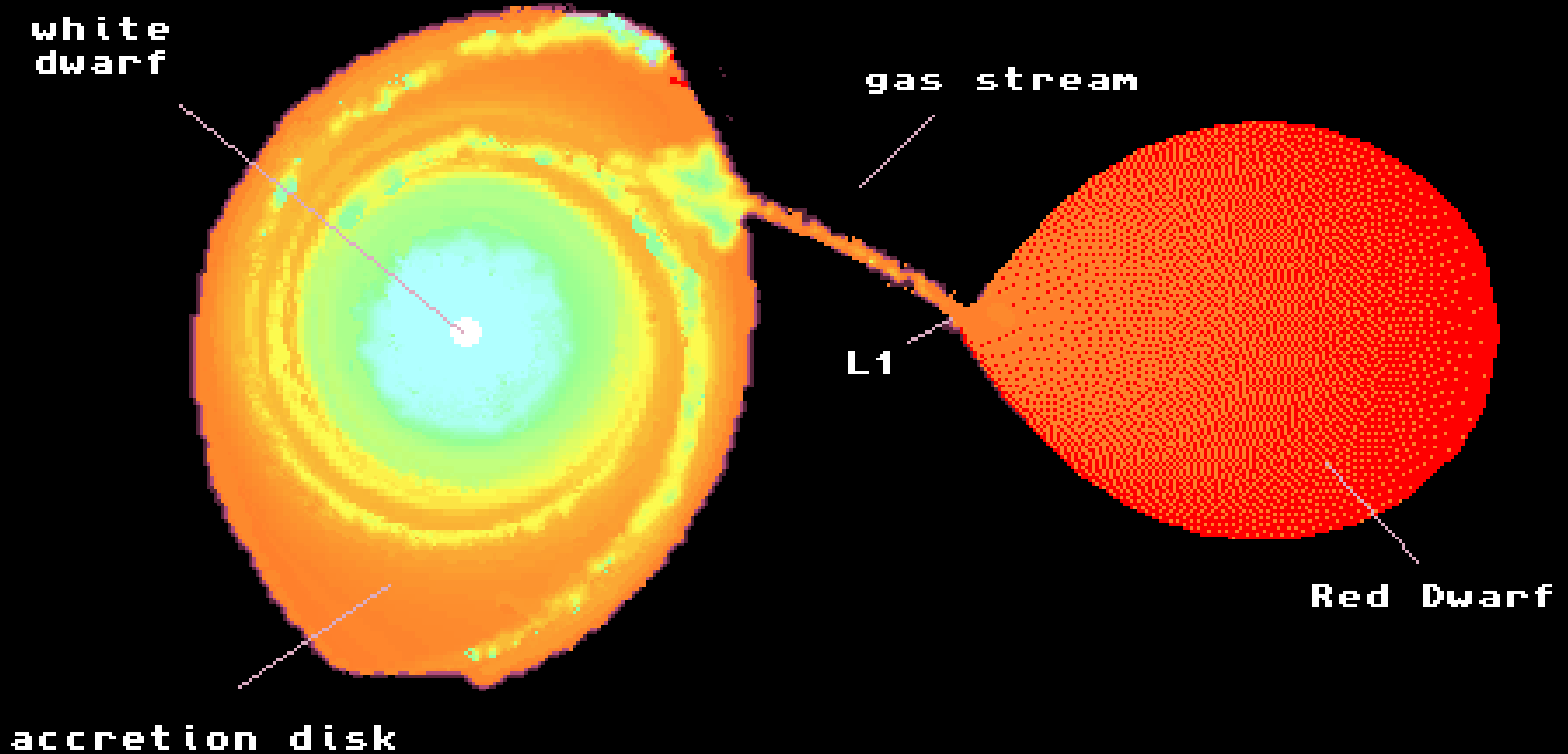


Figure 21.53 Comparison of the shock tube profiles with second-order Roe TVD scheme and stable integration (MUSCL) with van Leer limiter.

# 近接連星系内のガスの流れ



Steeghsによる図



# 数値実験の歴史

- Prendergast (1960)
- Prendergast & Taam (1974)
  - ビーム法
- Sorensen, Matsuda & Sakurai (1974, 1975)
  - Fluid in Cell Method (FLIC法)
- Lin & Pringle (1976)
  - 粘着粒子法

# Sorensen, Matsuda, Sakuraiの結果

Astrophys. & Space Science, (1975)

Fluid in Cell法による2次元計算

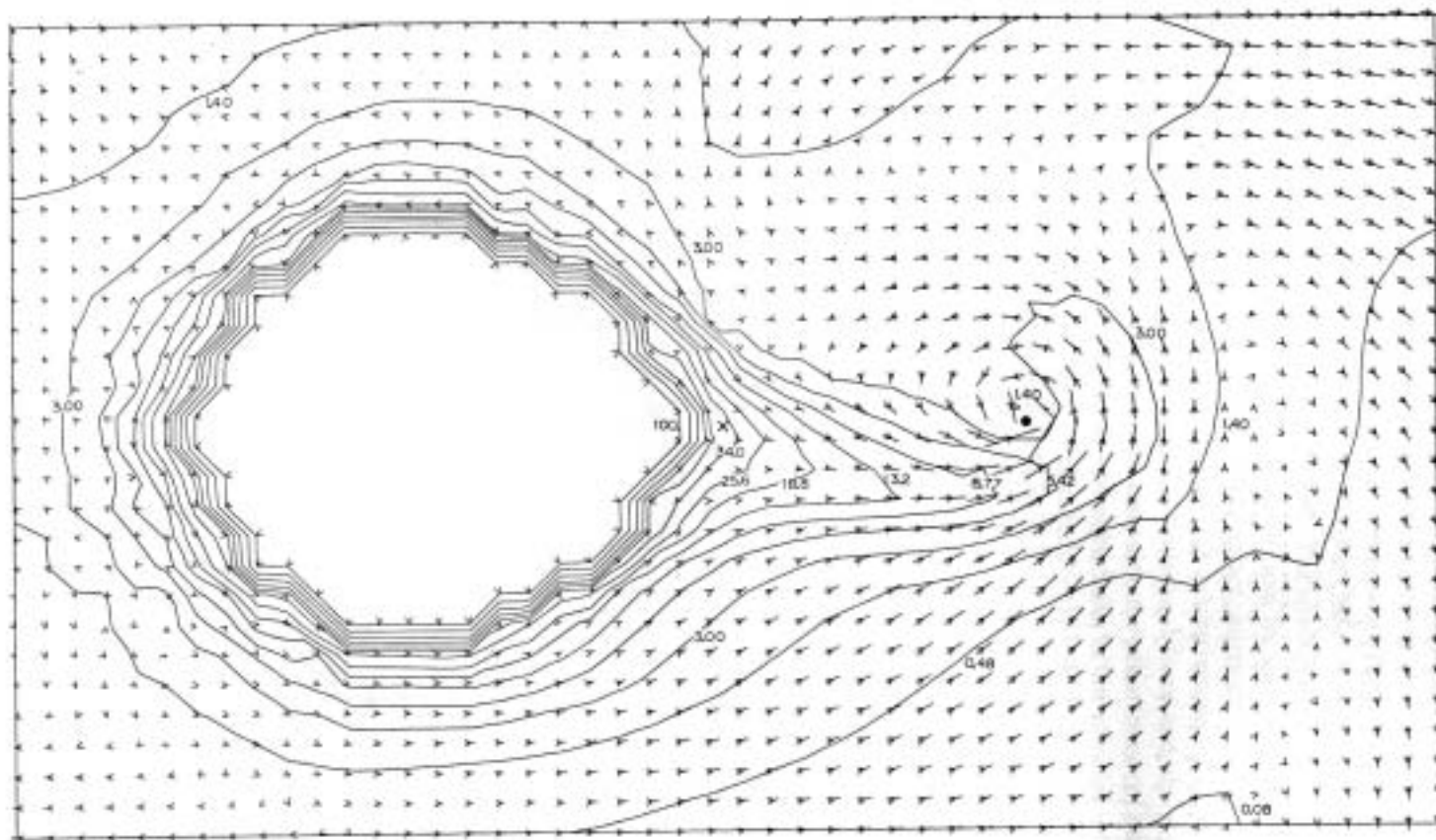
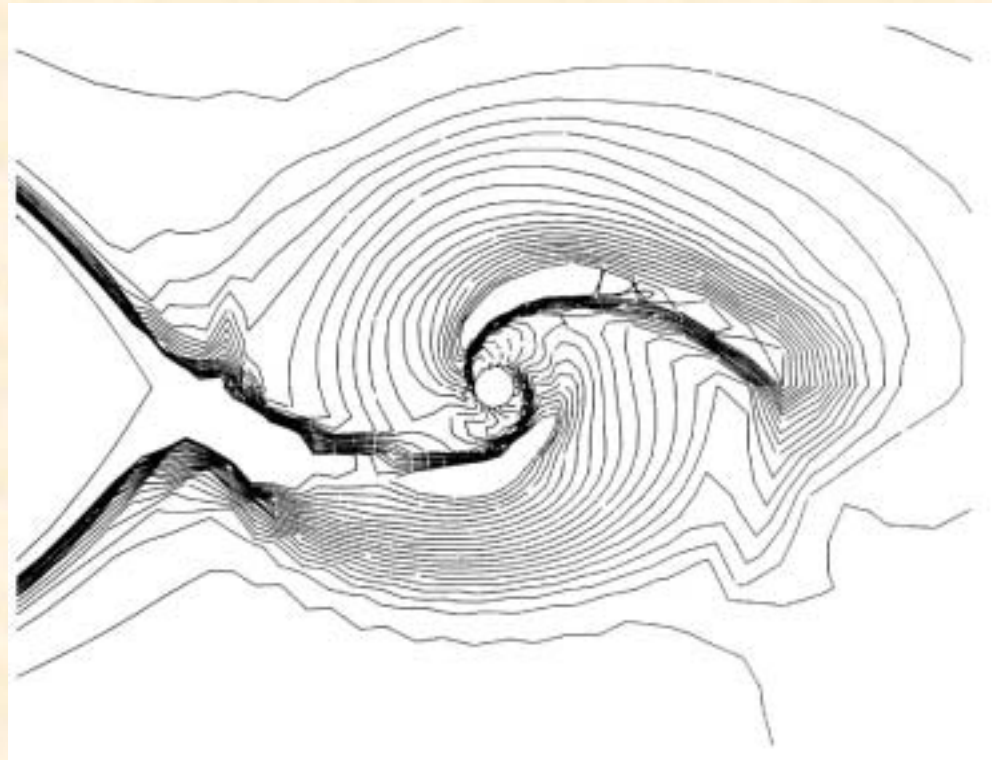


Fig. 3. Density contours and velocity vectors for  $\eta=1$ ,  $TM_0=0.745$  and  $RG_0=0.05$  [details in Section 3].

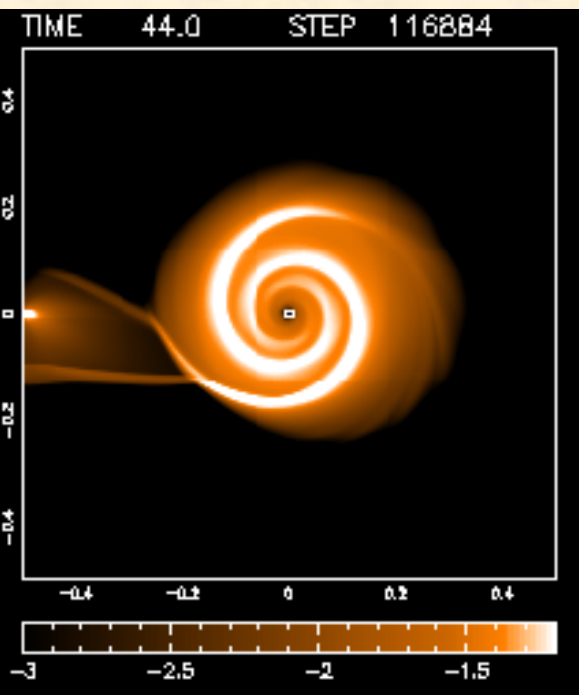
# 降着円盤上の渦状衝撃波

- 数値実験で発見さる(Sorensen et al.から11年後)
  - Sawada, Matsuda & Hachisu, M.N. 219 (1986a)
  - Sawada, Matsuda & Hachisu, M.N. 221 (1986b)
  - Sawada, Matsuda, Inoue & Hachisu. M.N. 224 (1987)

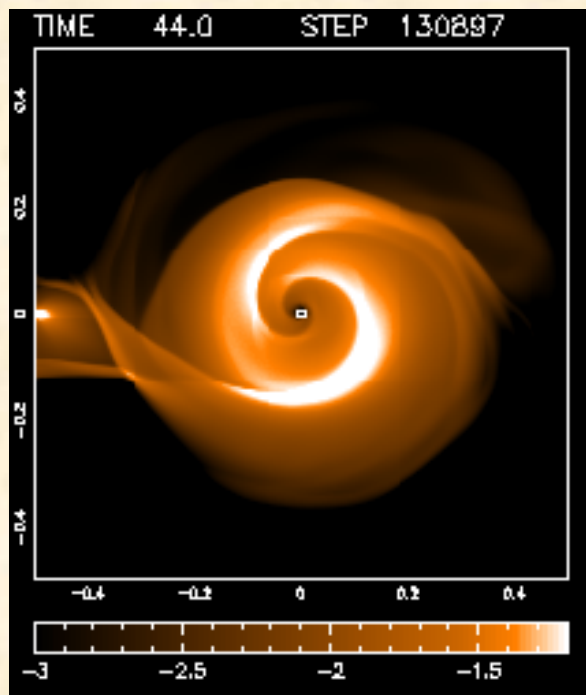


# 我々の最近の2次元数値実験

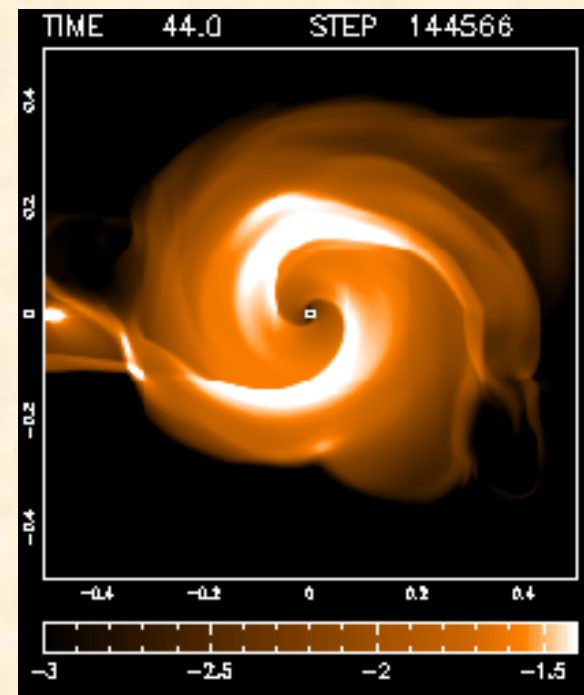
密度 (対数尺度)



=1.01

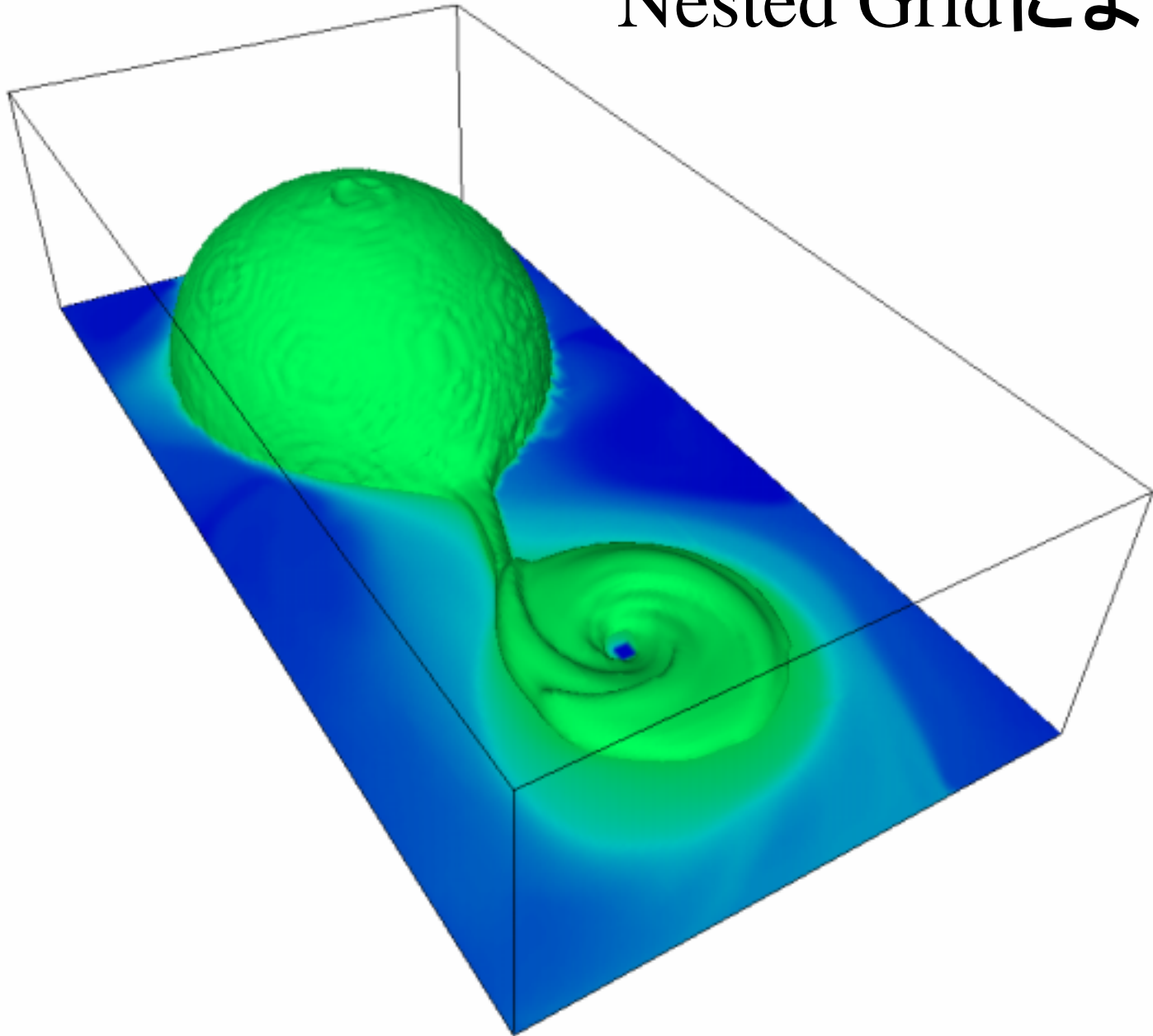


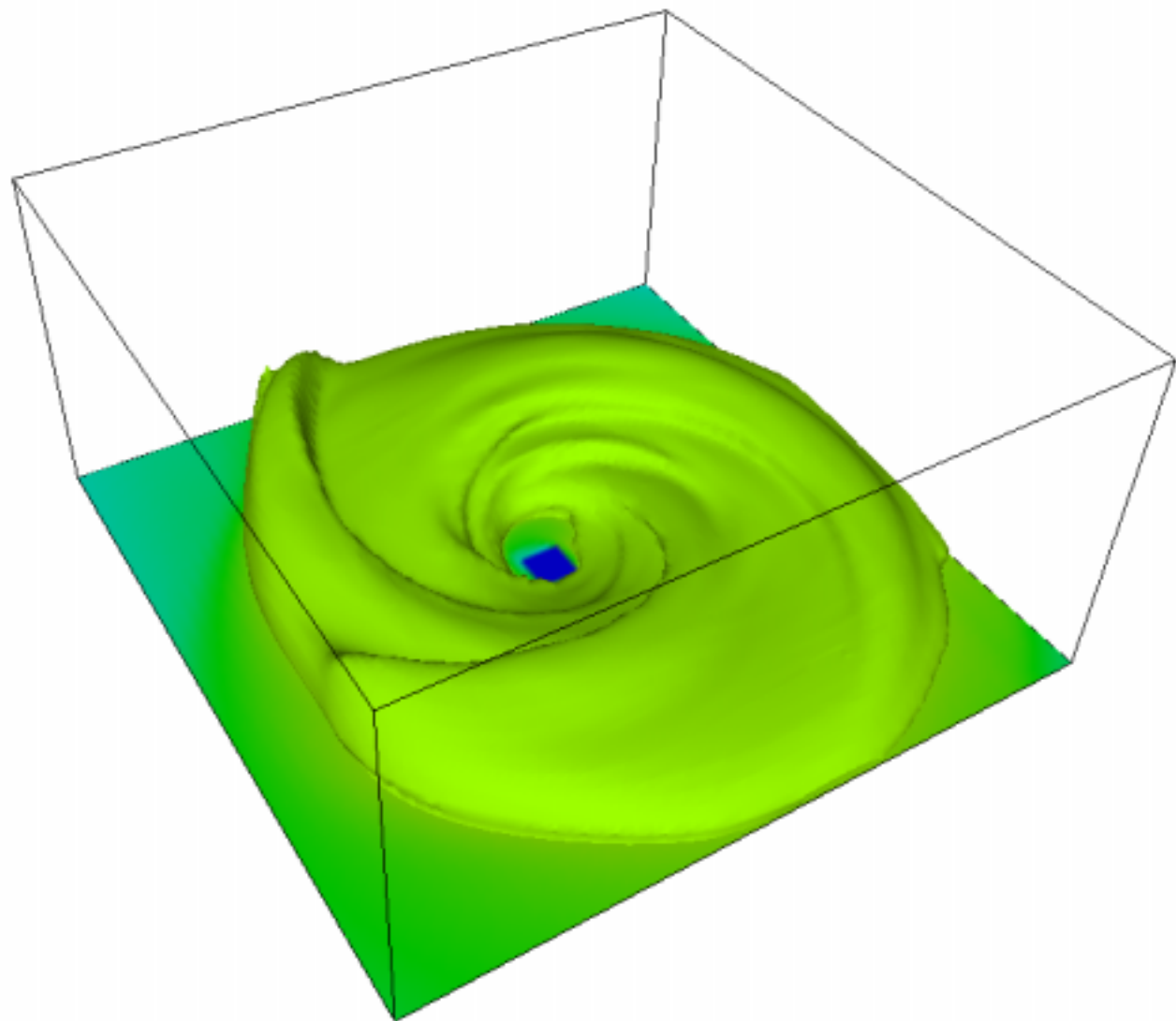
1.1

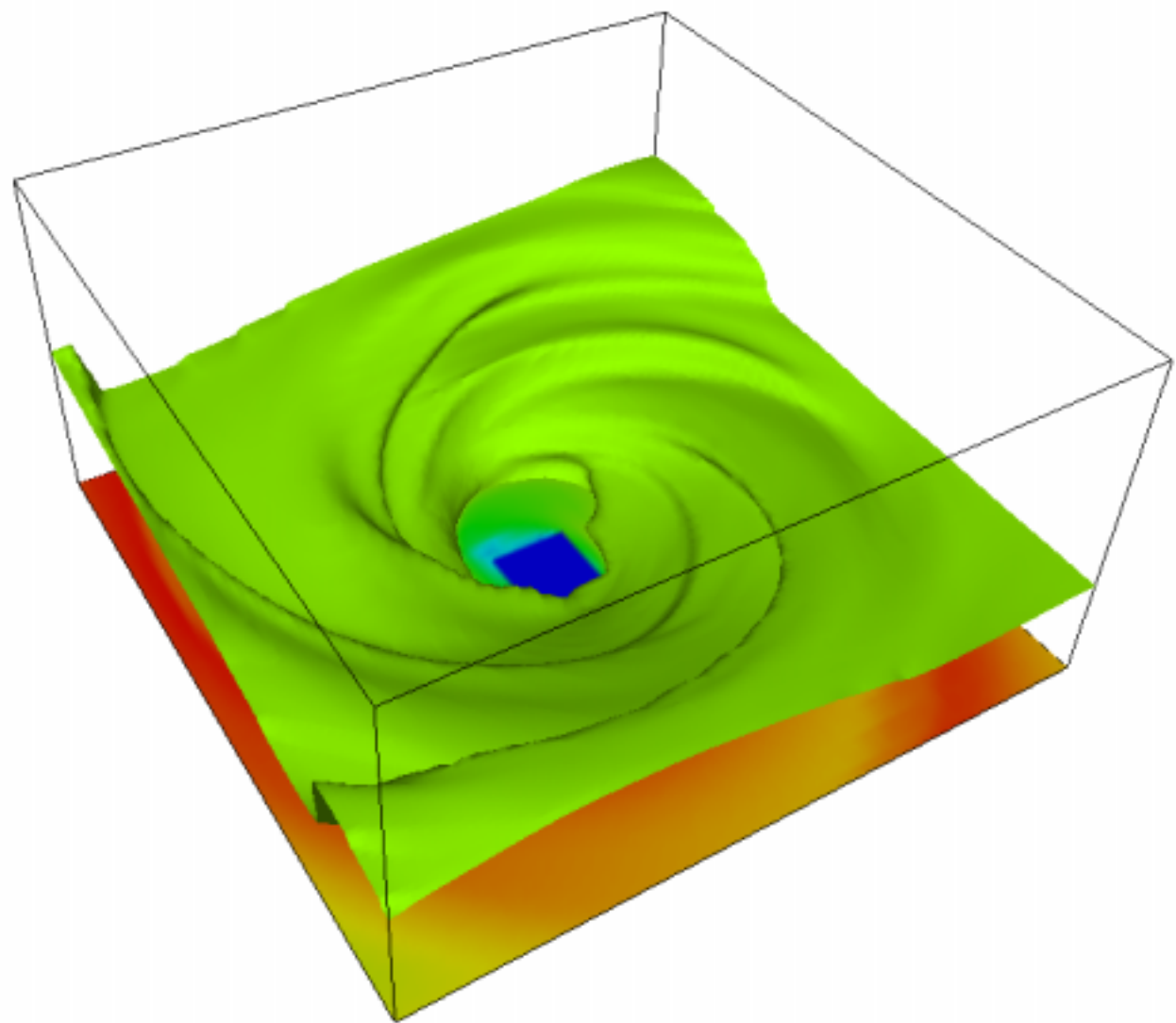


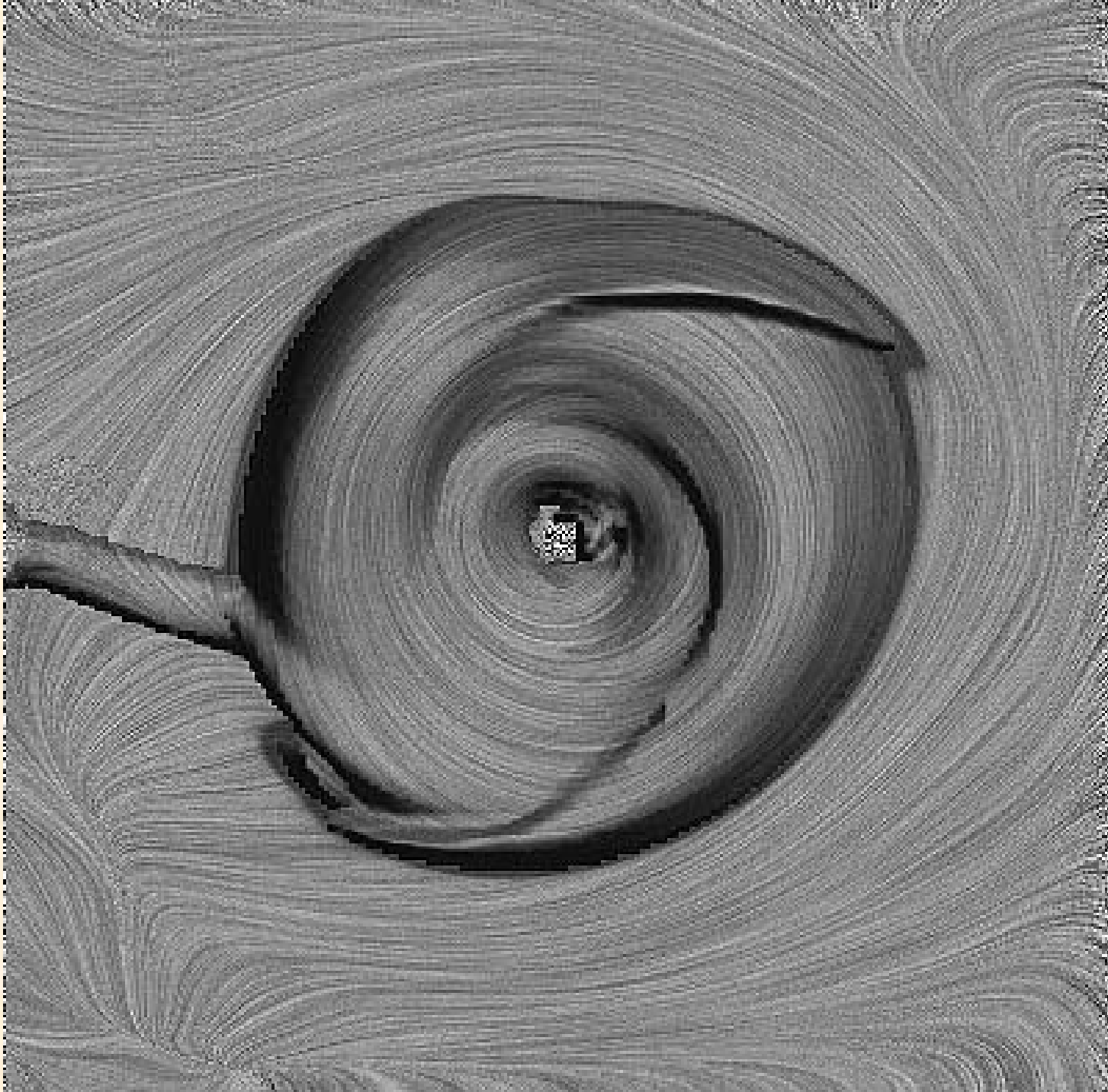
1.2

# Nested Gridによる計算









# LIC法による流れ場の可視化



観測による渦状衝撃波の発見

1997年



Steeghs,

Harlaftis,

Matsuda,

Horn

# 渦状衝撃波の発見

- Steeghs, Harlaftis, & **Horne**, M.N.290 (1997)
  - Sawada et al.から11年後
  - ペガサス座IP星(IP Peg.)
  - 激変星の高光度期
  - ドプラートモグラフィ法



# Astro-Tomography

An international workshop on indirect imaging

Brussels, Belgium

July 5-7, 2000

## Invited Speakers

Raymundo Baptista  
Andrew Collier Cameron  
Vik Dhillon  
Jean-François Donati  
Emilios Harlaftis  
Keith Horne  
Tom Marsh  
Mercedes Richards  
Axel Schwöpe  
Sonja Vrielmann  
Graham Wynn

## Scientific Organizers

Henri Boffin & Danny Steeghs



<http://www.astro.oma.be/DopplerWorkshop/>

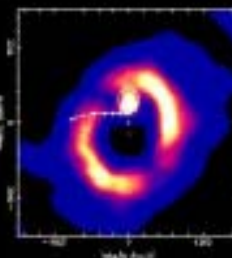


Royal  
Observatory  
of Belgium



## Topics covered

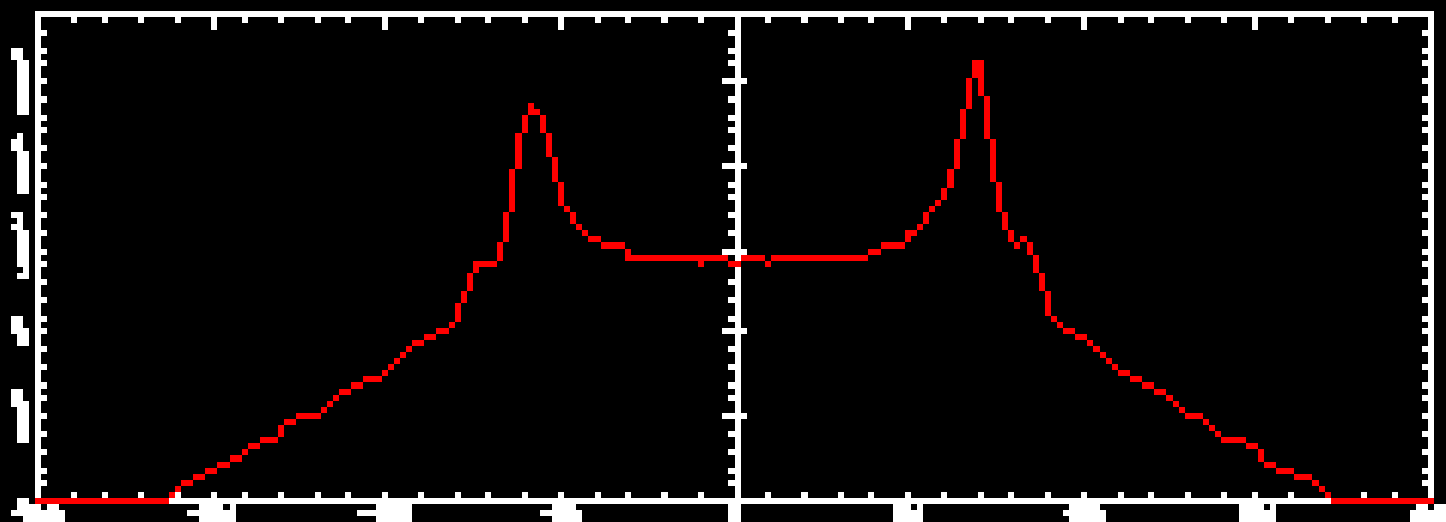
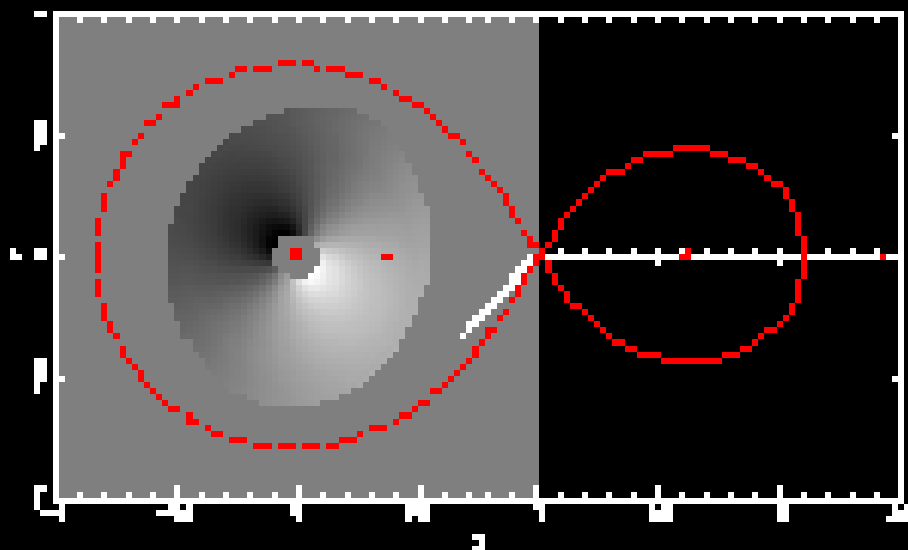
Doppler tomography, Eclipse mapping, Spot mapping, Echo mapping, Zeeman-Doppler imaging, Cataclysmic variables, Algols, Cool stars, Accretion discs, AGNs, Black holes.



# トモグラフィ

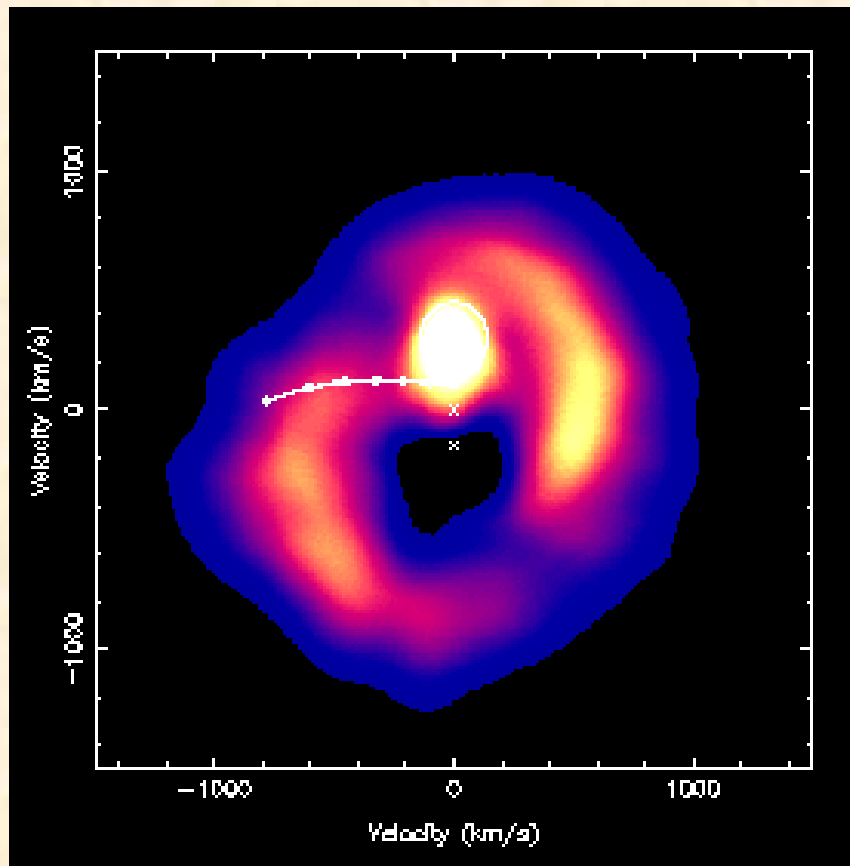
- X線トモグラフィ
  - X線を人体に照射し
  - その吸収量から
  - 人体の断面図を決定する(位置空間)
- ドプラートモグラフィ
  - 水素、ヘリウムなどの輝線から
  - 降着円盤の
  - 速度空間の分布を決定する

# ドプラー・トモグラフィ

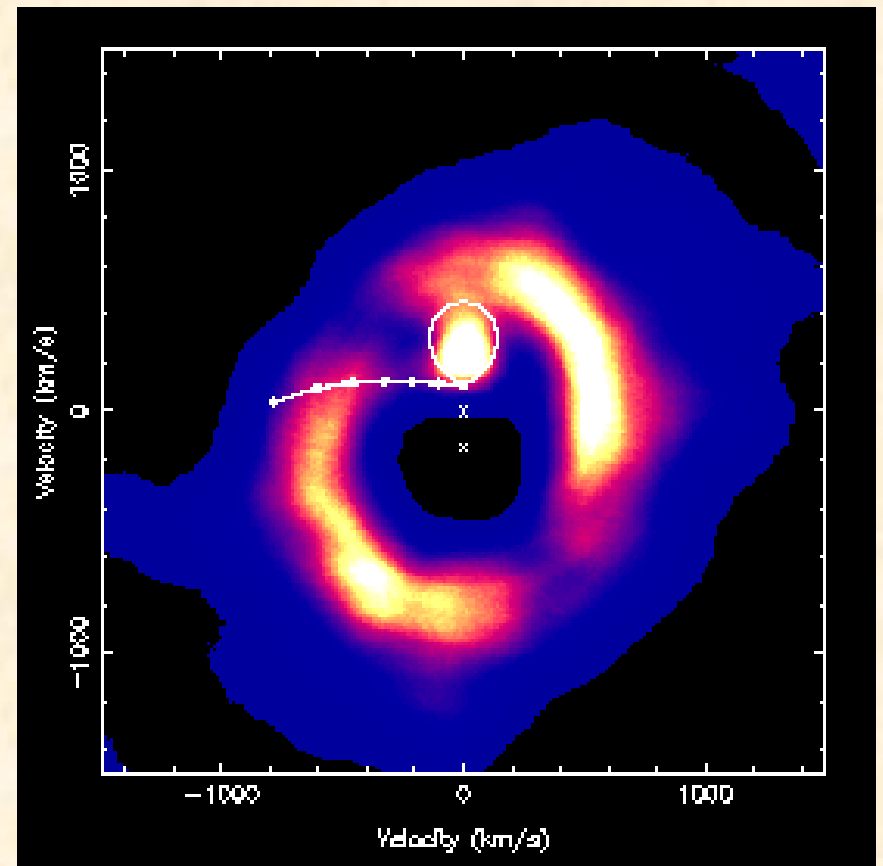


# ドプラー図=ホドグラフ=速度空間

H

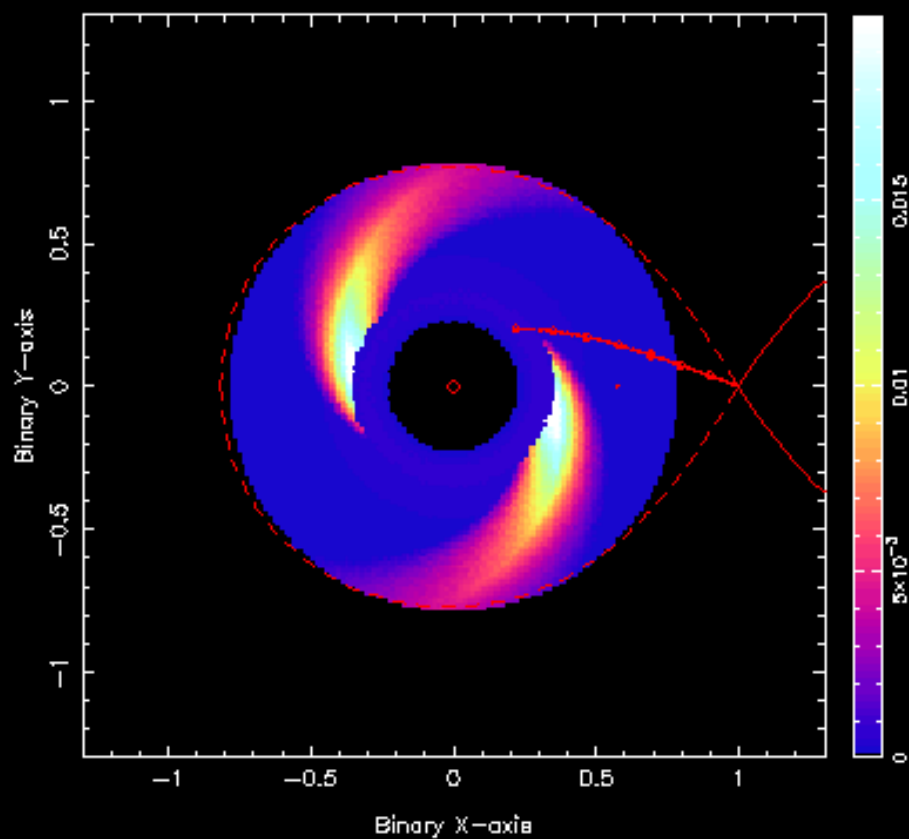


HeI

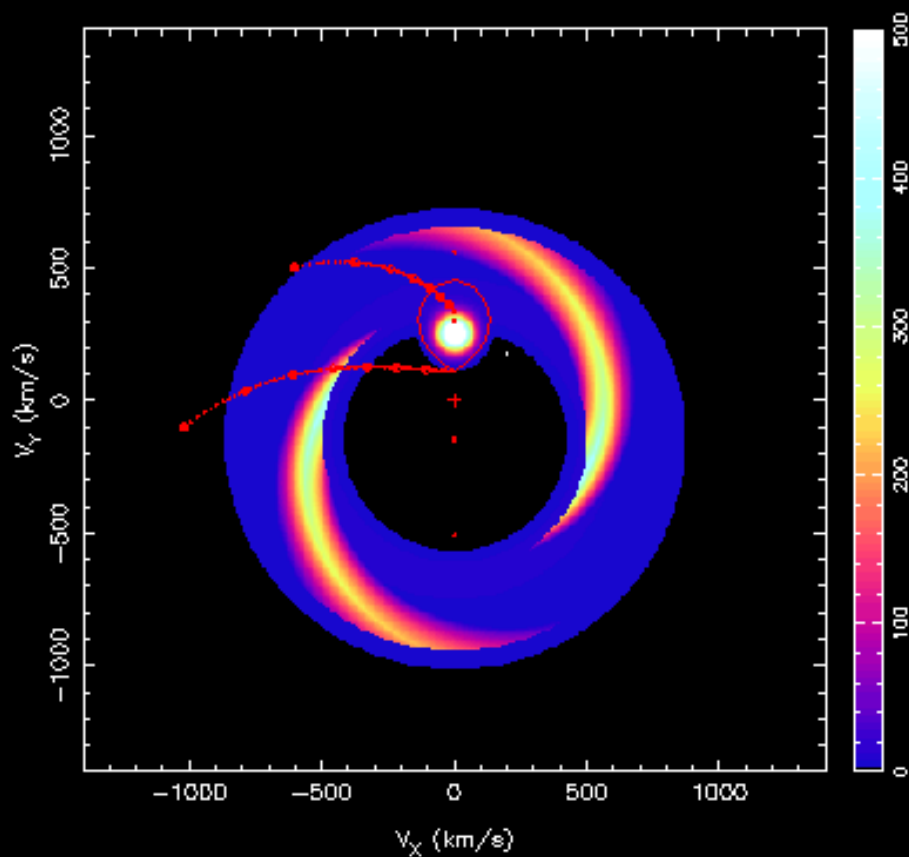


# 位置空間(左)と速度空間(右)

Position Image

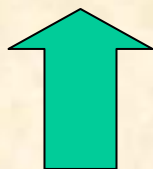


Velocity Image



# モデルの構築

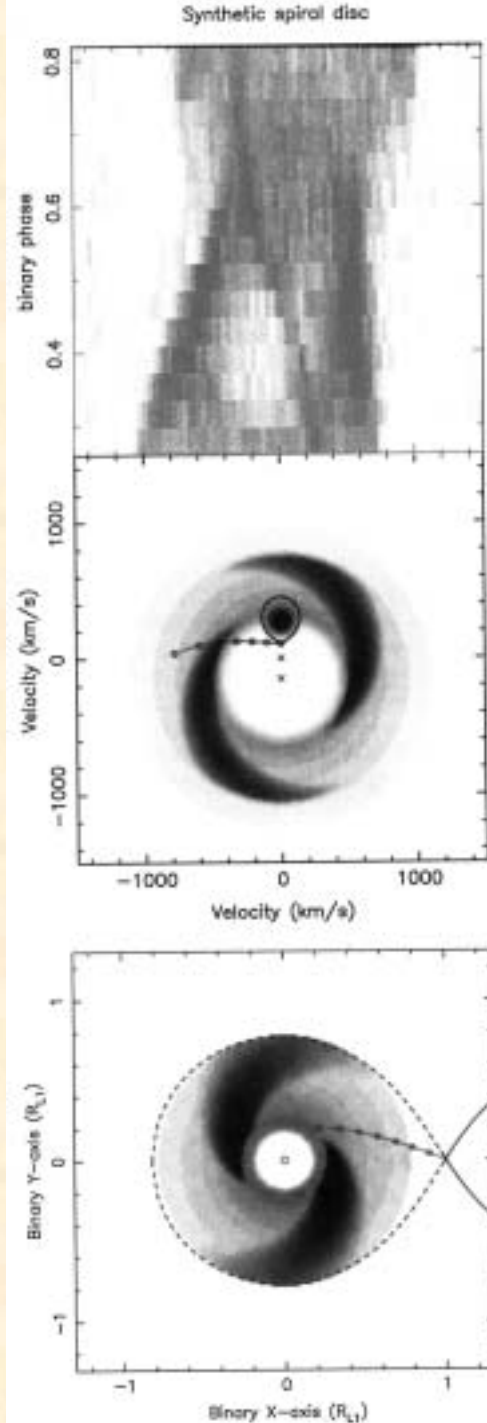
スペクトルの時間変化



ドプラー図  
速度空間



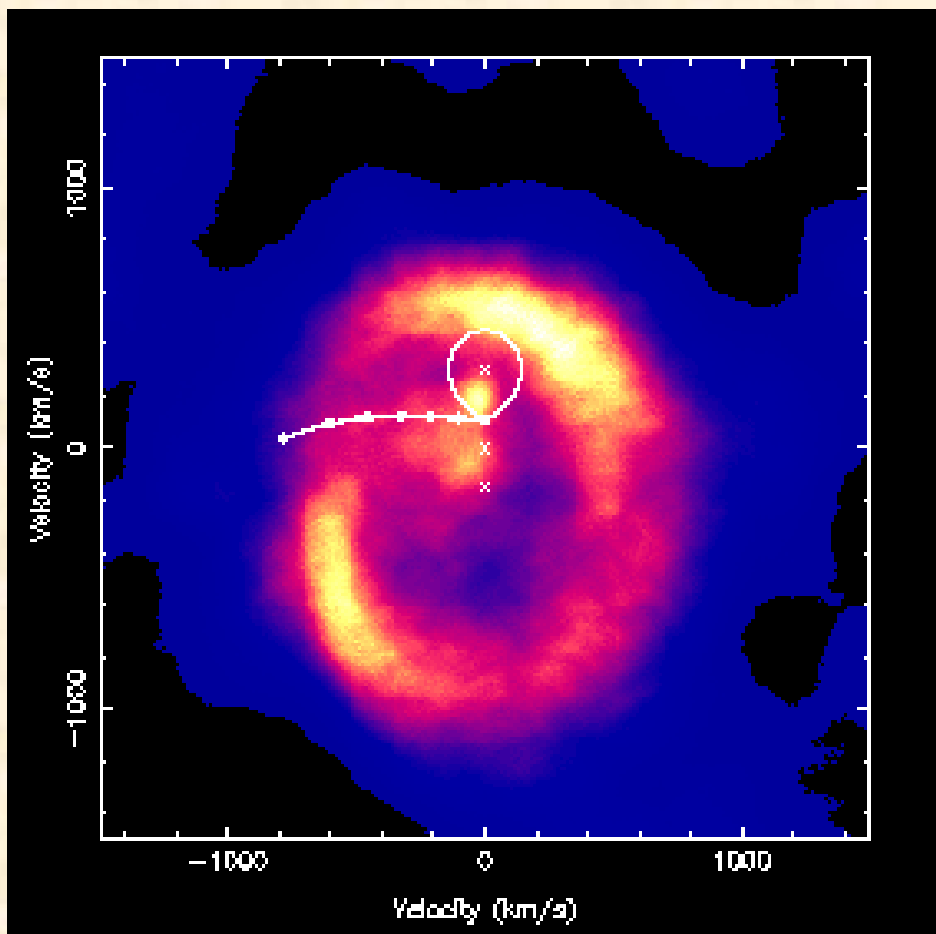
物理空間



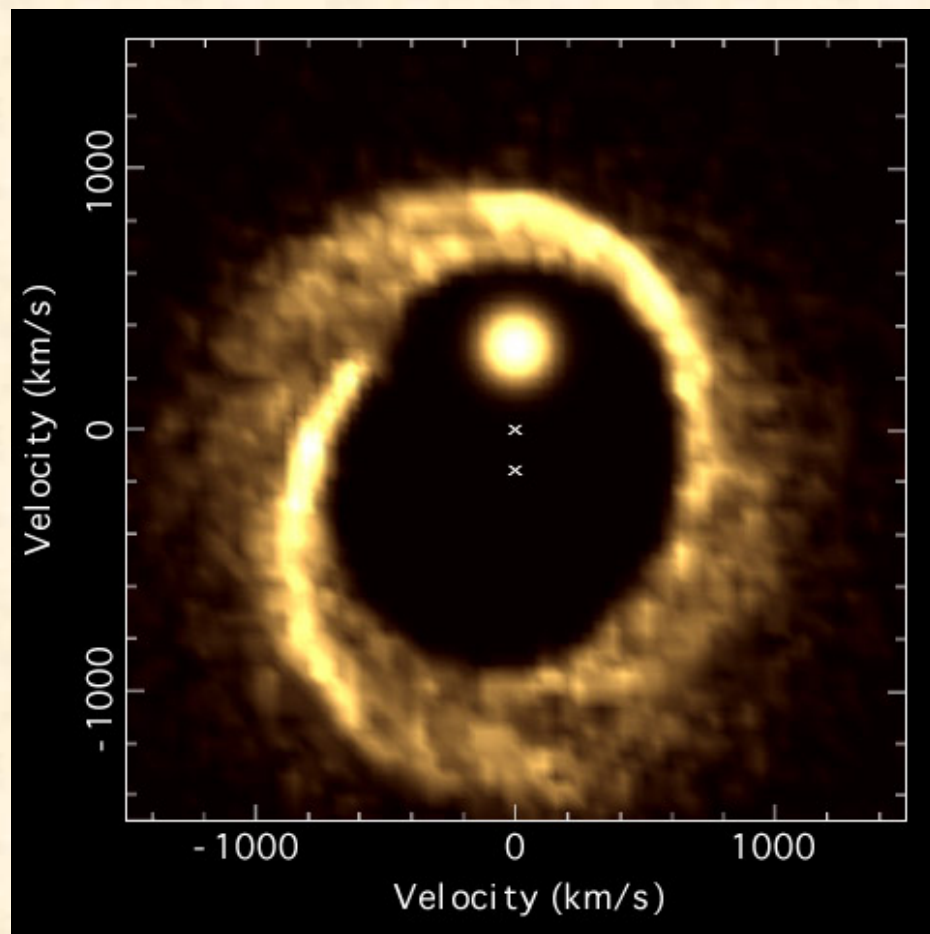


# 計算と観測の比較

観測から導かれたドプラーマップ



計算から求めたドプラーマップ



# 降着円盤の数値シミュレーション

## 結論

- 近接連星系の降着円盤の数値実験を行い渦状衝撃波を得た
- 渦状衝撃波は、観測で発見された
- 理論と観測の比較を行い、比較的良い一致を得た

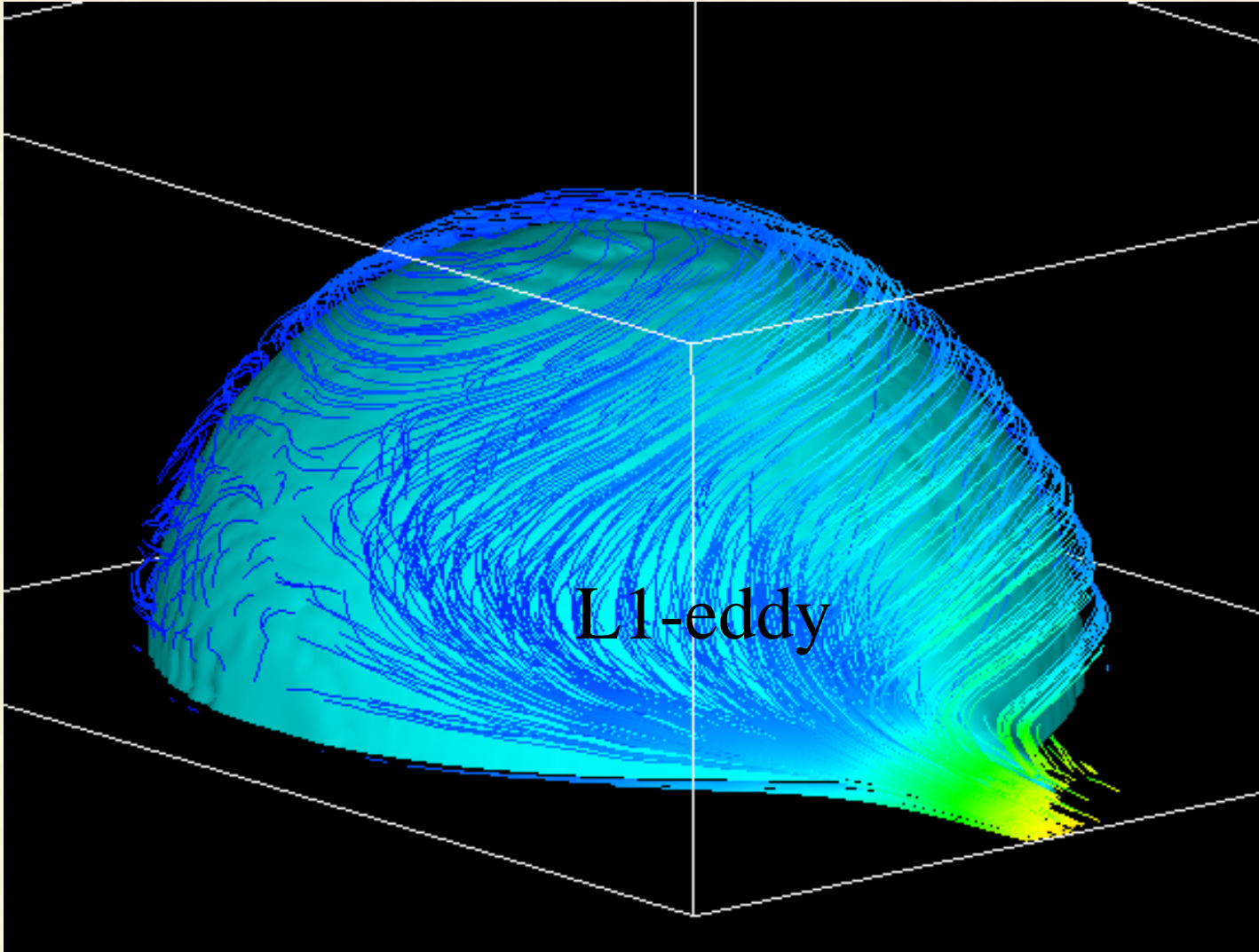
# 今後の問題点

- 輻射輸送を取り入れる
- 2次元計算
  - 東北大グループ
- 3次元計算
  - FLD近似・・・長江
  - 長特性線法・・・東北大グループ
  - まだまだ問題

# 伴星の表面流と恒星気象学

- 回転球面上の流体力学
  - 気象学
  - 惑星気象学
  - 恒星気象学
- L1流(質量損失)により誘起された流れ
- Lubow & Shu(1975)のAstrostrophic windの予言
- 数値シミュレーション

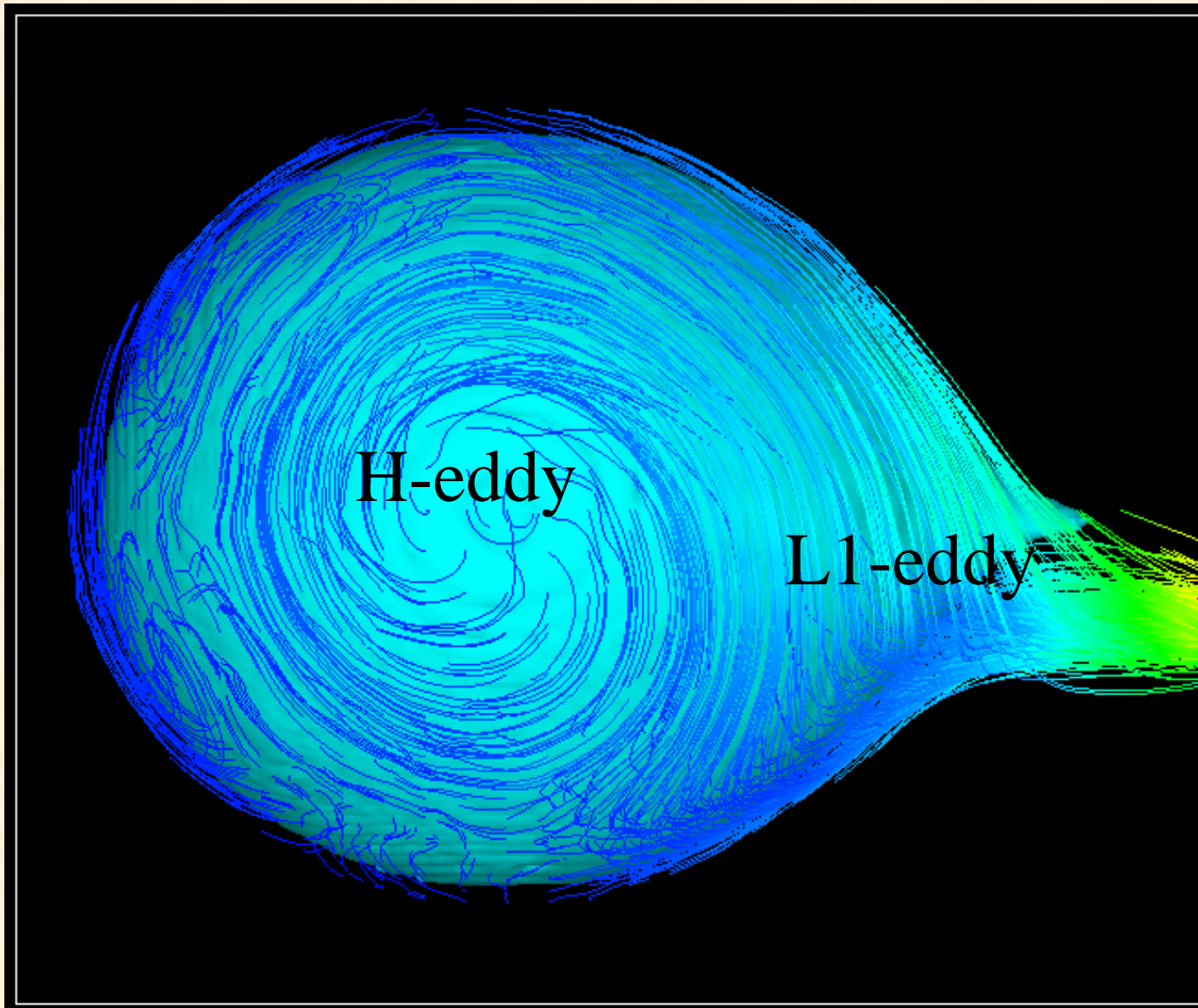
# 伴星の表面流



Log( )=-2

Log( )=-2.5

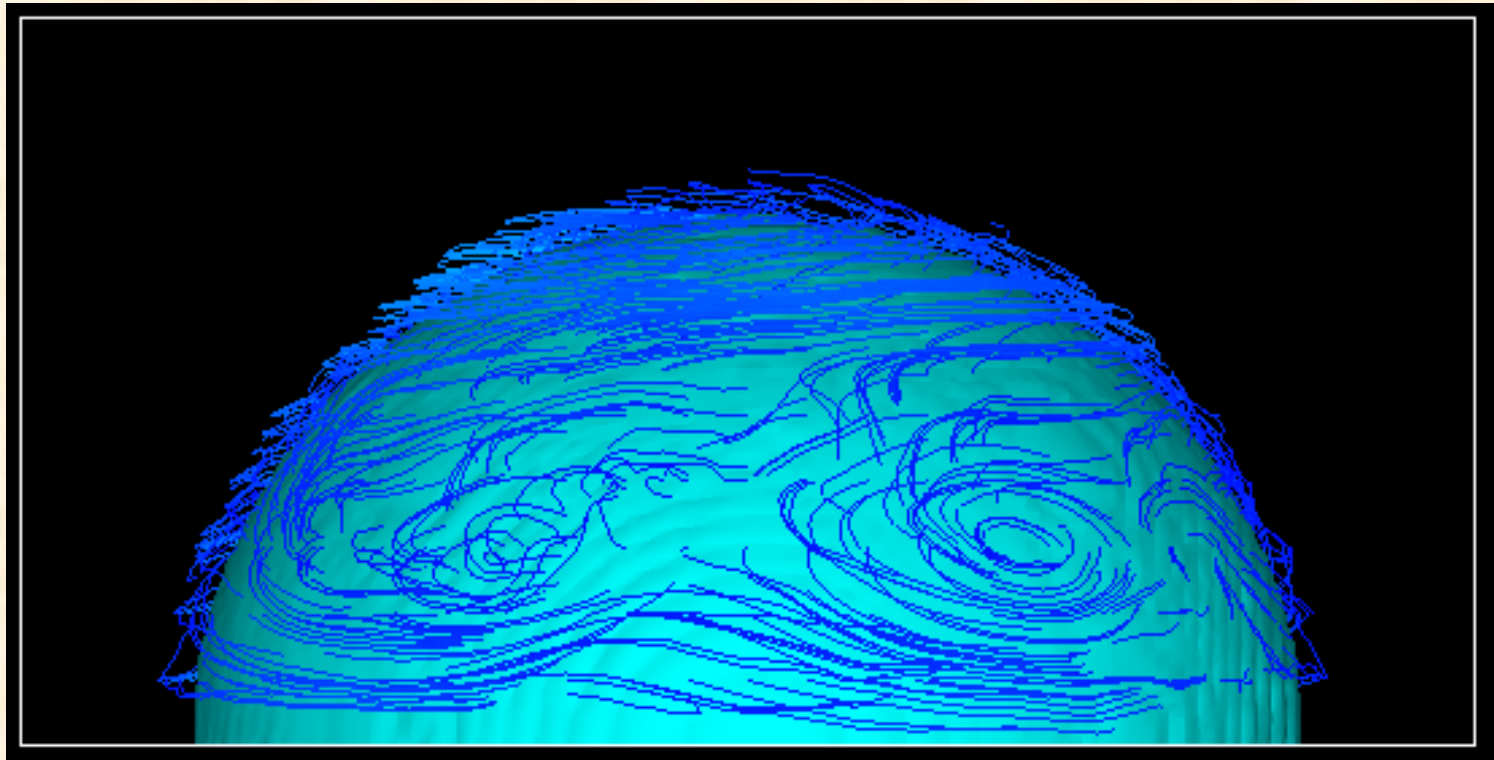
# 北極から見た流線



Log( )=-2

Log( )=-2.5

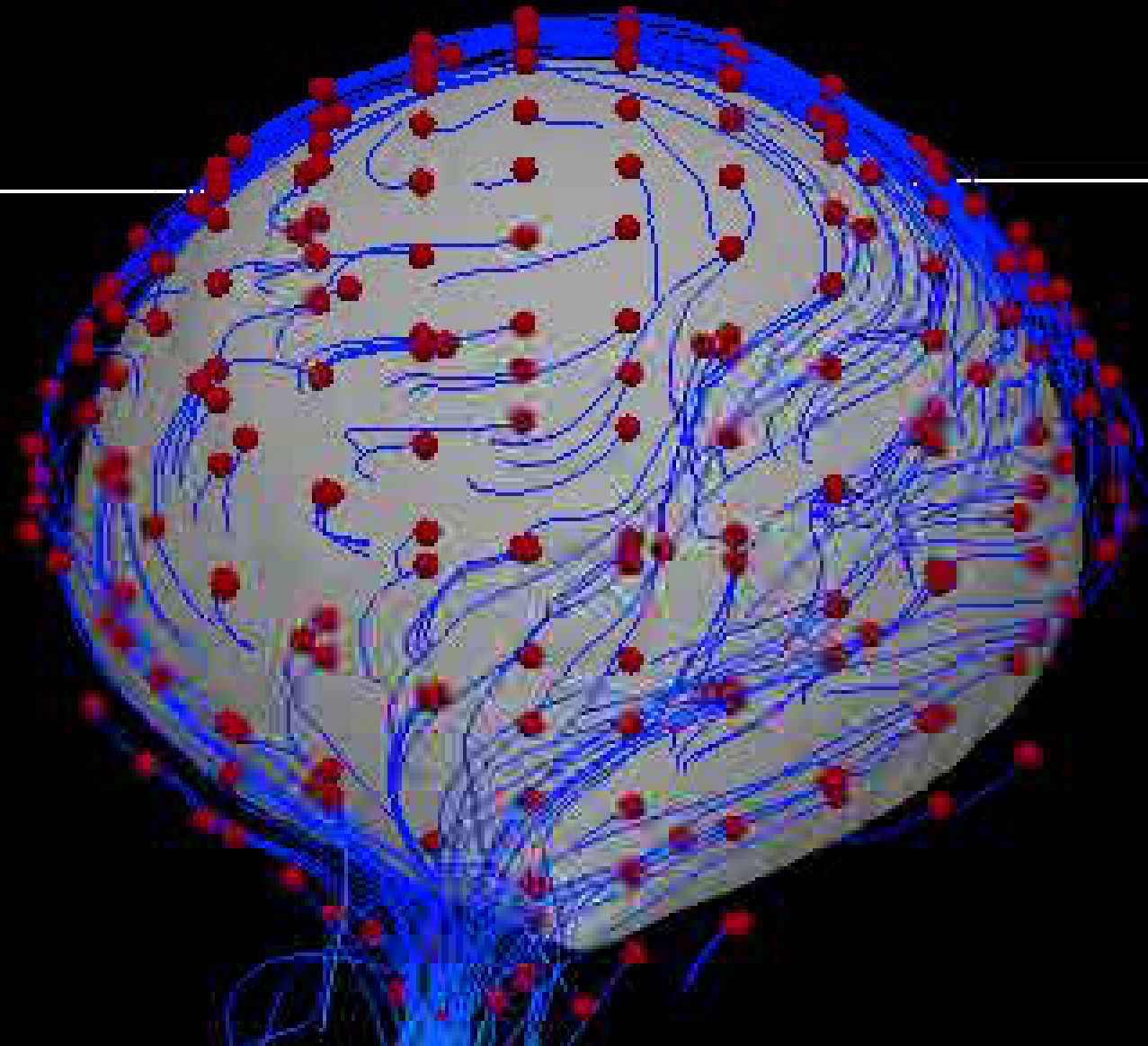
# 背面から見た流線



L2-eddy

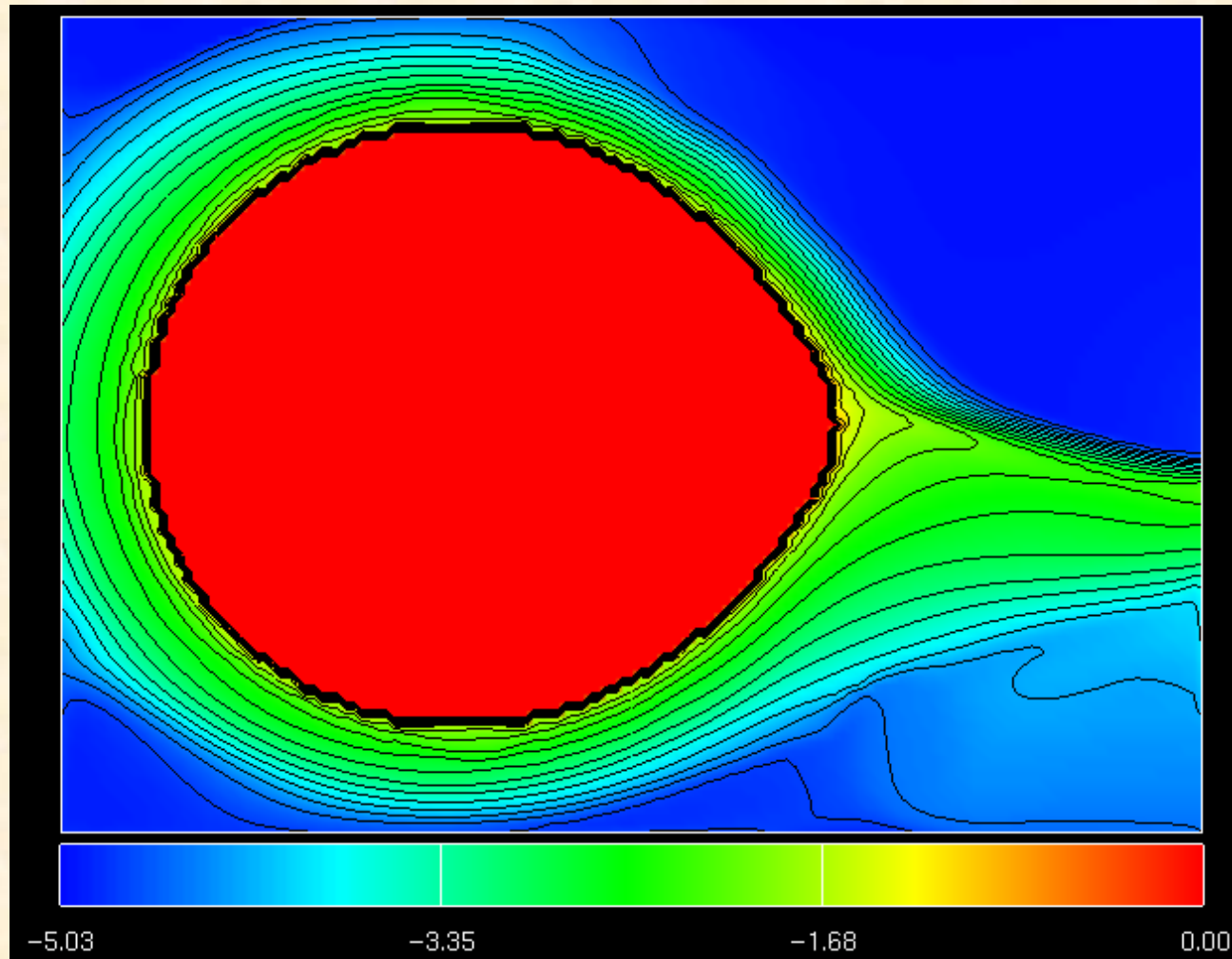
$\text{Log}(\quad) = -2$

$\text{Log}(\quad) = -2.5$





# 公転面上の密度コンター



# 今後の問題

- ロッシュ・トモグラフィーによる観測可能性
- 天衡風による伴星表面の加熱
- 光度曲線による証明
- 主星、降着円盤からの照射による影響

# 降着円盤からの照射による流れ

## Invited Speakers

Raymundo Baptista  
Andrew Collier Cameron  
Vik Dhillon  
Jean-François Donati  
Emilios Harlaftis  
Keith Horne  
Tom Marsh  
Mercedes Richards  
Axel Schwöpe  
Sonja Vrielmann  
Graham Wynn

## *Astro-Tomography*

An international workshop on indirect imaging

Brussels, Belgium

July 5-7, 2000

### Scientific Organizers

Henri Boffin & Danny Steeghs

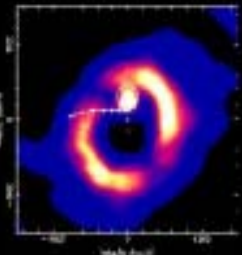
<http://www.astro.oma.be/DopplerWorkshop/>

Royal  
Observatory  
of Belgium



### Topics covered

Doppler tomography, Eclipse mapping, Spot mapping, Echo mapping, Zeeman-Doppler imaging, Cataclysmic variables, Algols, Cool stars, Accretion discs, AGNs, Black holes.



# 照射の影響

- Tassoul & Tassoul
  - 摂動近似
  - 解析的取り扱い
- 数値シミュレーション
  - 大質量X線星における伴星の変形
  - Hot Jupiterの問題

# コンピュータは望遠鏡だ

- 光学望遠鏡
- 電波望遠鏡
- X線望遠鏡
- コンピュータ
- 数値天文台の提案